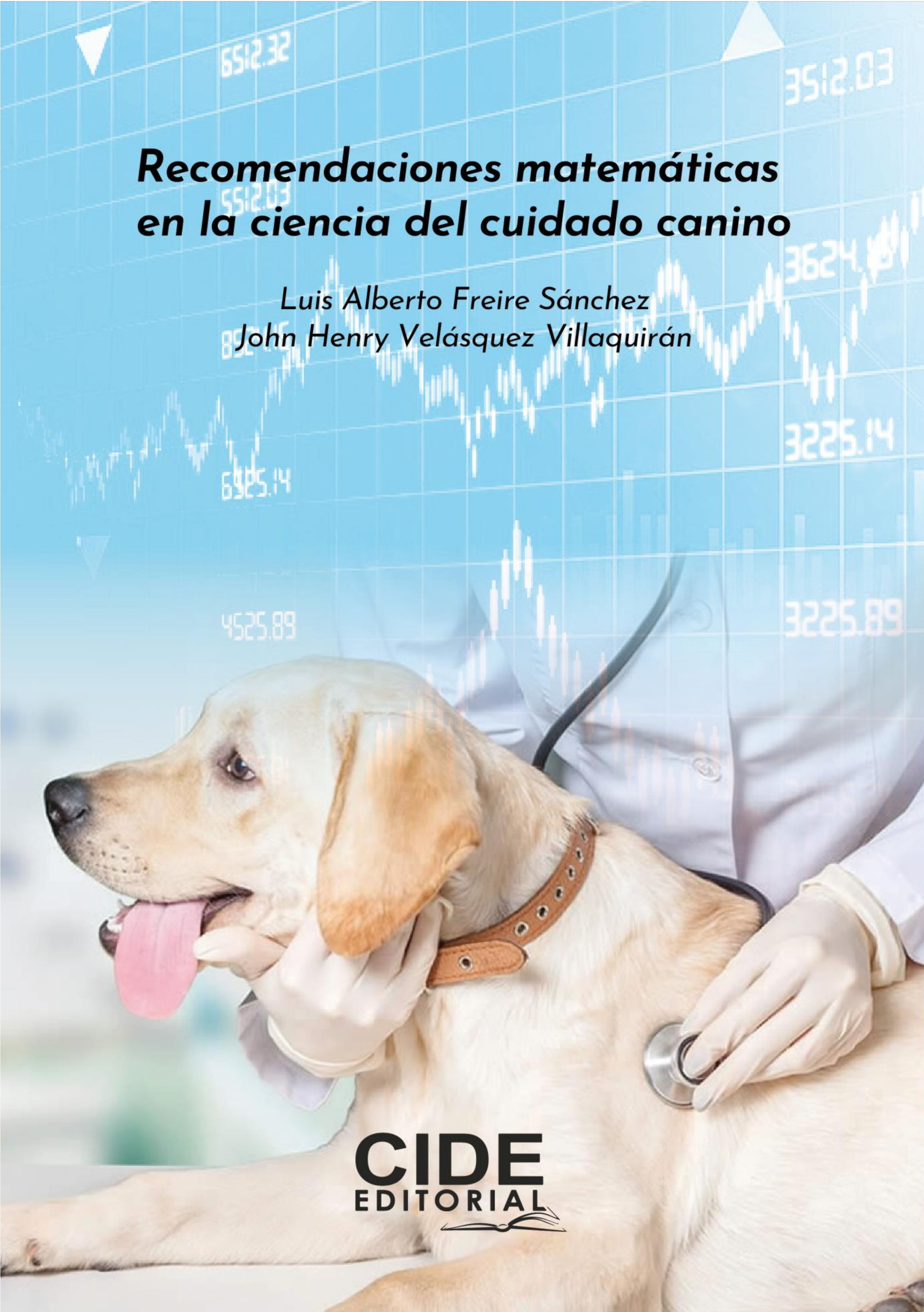
Recomendaciones matemáticas en la ciencia del cuidado canino

Luis Alberto Freire Sánchez
John Henry Velásquez Villaquirán



CIDE
EDITORIAL

Recomendaciones matemáticas en la ciencia del cuidado canino

Recomendaciones matemáticas en la ciencia del cuidado canino

Autores:

Luis Alberto Freire Sánchez

John Henry Velásquez Villaquirán

Recomendaciones matemáticas en la ciencia del cuidado canino

Centro de Investigación y Desarrollo Ecuador
Tel.: + (593) 04 2037524
http.:/www.cidecuador.org

ISBN: 978-9942-679-21-5
https://doi.org/10.33996/cide.ecuador.RM2679215

Dirección editorial: Lic. Pedro Misacc Naranjo, Msc.
Coordinación técnica: Lic. María J. Delgado
Diseño gráfico: Lic. Danissa Colmenares
Diagramación: Lic. Alba Gil
Fecha de publicación: diciembre, 2024

La presente obra fue evaluada por pares académicos experimentados en el área.

Catalogación en la Fuente

Recomendaciones matemáticas en la ciencia del cuidado canino / Luis Alberto Freire Sánchez, John Henry Velásquez Villaquirán. - Ecuador: Editorial CIDE, 2024.

113 p.: incluye tablas, figuras; 17,6 x 25 cm.

ISBN: 978-9942-679-21-5

1. Matemáticas 2. Cuidado canino

Semblanza de los autores

Luis Alberto Freire Sánchez

https://orcid.org/0000-0003-3849-7326

Ingeniero en Electrónica y Computación, Master en Ingeniería de Software y Sistemas Informáticos, Director de Investigación Desarrollo e Innovación del Instituto Superior Tecnológico San Gabriel.

John Henry Velásquez Villaquirán

https://orcid.org/0000-0002-4880-2841

Médico veterinario zootecnista, Máster en Clínica de especies menores y animales exóticos, Docente de la carrera Tecnología Superior en Cuidado Canino del Instituto Superior Tecnológico San Gabriel.

Dedicatoria

Dedico este trabajo a:

Dios, fuente inagotable de fortaleza y luz que ilumina cada paso de nuestra vida.

Mi querida esposa Magy y a nuestra hija Hannita, ahora que está iniciando sus pasos, Dios la bendiga con amor y sabiduría para que nunca deje de aprender.

Mi padre José, por ser ejemplo de esfuerzo y perseverancia.

Mis Hermanos mayores Nancy, Lourdes y Vicente por llenar mi vida de amor y sabiduría.

Mi querida madre Rosa (+), mi amada hija Emily (+) y mi querido hermano Marco (+), con la certeza que estarán disfrutando del infinito amor de nuestro Padre Celestial.

Luis Alberto Freire Sánchez

A mi amada esposa, Carmen Ávila, por ser mi fortaleza, inspiración y el refugio donde siempre encuentro amor y paz.

A mis hijas, Sophia y Mía Velásquez, quienes con su alegría y pureza iluminan mi vida y me motivan a ser mejor cada día.

A mis padres, por enseñarme con su ejemplo el valor del esfuerzo, la humildad y el amor incondicional.

Este libro es un reflejo de todo lo que he aprendido y compartido con ustedes. Gracias por ser mi mayor motivo y mi más grande orgullo.

John Henry Velásquez Villaquirán

Agradecimiento

Al Instituto Superior Tecnológico San Gabriel por haber otorgado las facilidades para el desarrollo de estas páginas.

Las ecuaciones de la vida animal solo se desvelan ante aquellos que, con paciencia y pasión, se atreven a descifrar el lenguaje secreto de la naturaleza.

Luis Alberto Freire Sánchez.

"En la medicina veterinaria, cada diagnóstico es una ecuación que combina ciencia, empatía y precisión; resolvemos incógnitas para devolverle el equilibrio a la vida."

John Henry Velásquez Villaquirán

Índice

Índice de tablas

Índice de figuras

Introducción

La ciencia del cuidado canino ha evolucionado significativamente con el tiempo, abarcando aspectos de salud, nutrición, comportamiento y bienestar integral. En este contexto, la matemática surge como una herramienta esencial para respaldar decisiones basadas en datos precisos y análisis cuantitativos. Lejos de ser un área abstracta reservada a especialistas, la matemática encuentra aplicaciones prácticas y concretas en el ámbito de la veterinaria, especialmente en el cuidado canino.

Desde cálculos de dosificación hasta la interpretación de análisis estadísticos, esta disciplina se convierte en un aliado indispensable para los profesionales y tutores responsables de garantizar la calidad de vida de los perros.

Este libro, busca construir un puente entre las matemáticas y la veterinaria práctica, ofreciendo un enfoque accesible y práctico. La idea central es mostrar cómo los conceptos matemáticos, que a menudo parecen distantes, se integran en las actividades diarias de quienes trabajan con caninos, desde propietarios hasta veterinarios.

A lo largo de los capítulos, exploremos temas fundamentales como las conversiones de unidades en el Sistema Internacional de Medidas (SI), cálculos de proporciones y dosis, análisis estadísticos básicos, y otras herramientas matemáticas aplicadas. Estos conceptos no solo ayudarán a optimizar los cuidados médicos preventivos, sino que también permitirán abordar con mayor eficacias situaciones complejas, como el diseño de planes de hidratación, la dosificación precisa de medicamentos, y la interpretación de datos clínicos.

Además, se incluye explicaciones claras y ejemplos práctica que buscan desmitificar el uso de las matemáticas, mostrando que no es necesario ser un experto para aplicarlas con éxito en el día a día. Cada capítulo está diseñado para fortalecer el conocimiento matemático y, al mismo tiempo, resaltar su impacto positivo en el bienestar animal.

Este libro se convierte, así, en una guía tanto para estudiantes y profesionales del ámbito veterinario como para personas interesadas en profundizar en el cuidado responsable de los perros, destacando que la ciencia y la matemática no solo están presentes en los laboratorios o en los libros de investigación, sino también en el acto cotidiano de cuidar y proteger a nuestros mejores amigos de cuatro patas.

CAPÍTULO 1
Generalidades

1

Capítulo

1

Generalidades

La matemática es la ciencia que estudia las propiedades y relaciones de los números (Gullberg). Sus aplicaciones son tan generales que lo podemos encontrar tanto en el diario vivir, como en los proyectos de investigaciones más complejos (Li y Schoenfeld, 2019; Gravemeijer et al., 2017), por este motivo su estudio esta diversificado en varias ramas como algebra, aritmética, geometría, trigonometría, estadística, entre otras.

En el campo de la veterinaria las matemáticas juegan un rol muy importante en diferentes áreas, por ejemplo, en la dosificación cuando el profesional requiere sumistrar una dosis de medicamento en relación al peso del animal, en conversiones cuando la dosis de medicina está dada en gramos y se requiere transformarla a miligramos o mililitros (Bill, 2018), en investigación cuando se requiere realizar estudios sobre el comportamiento de los microorganismos (López-Ruiz, 2022), entre otros. Por este motivo, se considera que el estudio de razones, proporciones, ecuaciones, logaritmos y estadística son fundamentales para el quehacer diario del profesional en cuidado canino.

1.1. Sistema internacional de medidas

Figura 1

Sistema internacional de medidas.

El sistema internacional (SI) es una norma que permite establecer siete unidades de medida: longitud, masa, tiempo, corriente eléctrica, temperatura, cantidad de materia e intensidad luminosa. El SI tiene sus primeros inicios en el año de 1960 cuando la 11va Conferencia General de Pesos y Medidas (CGPM) estableció formalmente seis unidades de medidas básicas: el metro, kilogramo, segundo, amperio, grado kelvin y candela; posteriormente en 1971 se añade el mol a la lista anterior (Pérez, 2015). En la actualidad el SI constituye una referencia en todo el mundo (excepto Estados Unidos, Myanmar y Liberia) como lenguaje básico para la ciencia, tecnología, industria y comercio; esto ayuda a que los registros matemáticos escritos en libros, revistas, periódicos y otros, puedan ser adecuadamente entendibles por personas de diferentes ciudadanías, independientemente del idioma en el que sean escritos. En la Tabla 1. Se puede observar la clasificación descrita anteriormente.

Tabla 1

Unidades básicas del SI.

Magnitud	Símbolo habitual de la magnitud	Unidades básicas de medida	Símbolo de la unidad básica
Longitud	l	metro	m
Masa	m	kilogramo	kg
Tiempo	t	segundo	s
Corriente eléctrica	I, i	amperio	A
Temperatura termodinámica	T	kelvin	k
Cantidad de sustancia	n	mol	mol
Intensidad luminosa	I_v	candela	cd

Fuente: Centro Español de Metrología (CEM, 2019)

De estas, se definen otras unidades SI derivadas, las cuales se expresan en términos de multiplicación o división de las unidades básicas descritas en la Tabla 1, he incluso de otras unidades derivadas, por ejemplo, el volumen se expresa multiplicando tres veces la longitud (m^3), y el volumen específico se mide dividiendo el volumen para la masa de un cuerpo (m^3/kg), esta última se pronuncia metro cúbico por kilogramo. Dado que la cantidad de unidades básicas que componen una unidad derivada es ilimitada, algunos toman nombres propios, por ejemplo, la presión se mide en kilogramos por metro por segundo al cuadrado ($kg/[m.s^2]$, o lo que es lo mismo $kg.m^{-1}.s^{-2}$) y se le ha dado el nombre de pascal (Pa) en homenaje al polímota Blaise Pascal y sus contribuciones en el campo de la hidrodinámica. En la Tabla 2 se muestran algunas de las unidades derivadas usadas en el campo de la medicina y veterinaria.

Tabla 2

Unidades derivadas del SI, algunas con nombre y símbolo propio.

Magnitud derivada	Símbolo habitual de la magnitud	Unidad derivada, expresada en unidades básicas	Nombre especial de la unidad	Símbolo de la unidad especial
Área	A	m^2		
Volumen	V	m^3		
Velocidad	v	$m.s^{-1}$ o m/s		
Aceleración	a	m/s^2		
Densidad másica, o concentración de masa	ρ	$kg.m^{-3}$ o kg/m^3		
Presión arterial	P o Ps/Pd	mmHg (mm de mercurio)		
Presión	P	$kg\ m^{-1}\ s^{-2}$	Pascal	Pa
Iluminancia	E	$cd.m^2.m^{-4} = cd.m^{-2}$	Lux	lx

Magnitud derivada	**Símbolo habitual de la magnitud**	**Unidad derivada, expresada en unidades básicas**	**Nombre especial de la unidad**	**Símbolo de la unidad especial**
Frecuencia	f	s^{-1} o 1/s	Hercio	Hz
Dosis absorbida de radiación ionizante		$m^2.s^{-2}$	Gray	Gy
viscosidad dinámica	μ o η	$kg.m^{-1}.s^{-1}$ = Pa.s		
Concentración de sustancia		mol.kg		

Como se mencionó anteriormente, las unidades del SI son la referencia para medir diferentes magnitudes físicas. Según el CEM (2019):

> El SI es la referencia internacionalmente acordada a partir de la cual se definen todas las demás unidades. Las unidades SI coherentes tienen la importante ventaja de que no se requiere la conversión de unidades al introducir valores particulares de magnitudes en las ecuaciones de magnitudes. (p. 32)

A pesar de esto el SI reconoce algunas unidades que por su uso en diferentes contextos son ampliamente utilizadas y por este motivo se cree que seguirán usándose por muchos años, por tanto, el Comité Internacional de Pesas y Medidas (CIPM) ha decidido aceptarlas. La Tabla 3 describe algunas de estas unidades y su equivalencia en unidades básicas.

Tabla 3

Unidades reconocidas por el SI.

Magnitud	Nombre de la unidad	Símbolo de la unidad	Valor en unidades SI
Tiempo	minuto	min	1 min = 60 s
	hora	h	1 h = 60 min = 3600 s
	día	d	1 d = 24 h = 86 400 s

Magnitud	Nombre de la unidad	Símbolo de la unidad	Valor en unidades SI
Ángulo plano y ángulo de fase	grado	°	1° = (π/180) rad
	minuto	’	1’ = (1/60)º = (π/ 10.800) rad
	segundo	”	1” = (1/60)” = (p/ 648 000) rad
Volumen	litro	l	1 l = 1 dm^3 = 103 cm^3 = 10^{-3} m^3

En algunas ocasiones los resultados de los cálculos realizados pueden ser muy grandes o muy pequeños, lo que puede dificultar la escritura y el tratamiento de fórmulas volviéndolo tedioso, por ejemplo, la cantidad de eritrocitos en una biometría hemática tiene como límites de referencia los valores de 4’600.000 a 6’000.000 partículas por mm^3, en estos casos se utilizan prefijos acompañando a las unidades para disminuir la longitud del número escrito de esta forma: $4{,}6x10^6$ a $6{,}0x10^6$ por mm^3, estos números al ser reducidos son más manejables y comprensibles a primera vista. Para cumplir con este fin, el SI proporciona un conjunto de múltiplos y submúltiplos decimales que van desde 10^{24} a 10^{-24} para ayudar a representar estos valores. Como regla general, los prefijos se escriben en primer lugar acompañando a las unidades de la medida. En la Tabla 4 se muestran los 20 prefijos fijados por el SI.

Tanto las unidades de medida como los prefijos del SI han sido usados con mucho respeto en todo el mundo. En Ecuador, el SI fue adoptado mediante la Ley Nº 1.456 de Pesas y Medidas, promulgada en el Registro Oficial Nº 468 del 9 de enero de 1974 y ratificada mediante Ley No.2007-76 publicada en febrero del 2007 (Servicio Ecuatoriano de Normalización [INEN], 2024). Esta ley establece el uso obligatorio de las unidades SI en aparatos y equipos para pesar y medir, así como las reglas de escritura descritas en la Tabla 5.

Tabla 4

Prefijos del SI.

Factor	Nombre	Símbolo	Factor	Nombre	Símbolo
10^{1}	deca	da	10^{-1}	deci	d
10^{2}	hecto	h	10^{-2}	centi	c
10^{3}	kilo	k	10^{-3}	mili	m
10^{6}	mega	M	10^{-6}	micro	µ
10^{9}	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{12}	tera	T	10^{-12}	pico	p
10^{15}	peta	P	10^{-15}	femto	f
10^{18}	exa	E	10^{-18}	atto	a
10^{21}	zetta	Z	10^{-21}	zepto	z
10^{24}	yotta	Y	10^{-24}	yoto	y

Tabla 5

Reglas de escritura para uso del SI en Ecuador.

Regla	Ejemplo	
	Correcto	**Incorrecto**
No se coloca punto luego de los símbolos de las unidades del Sistema Internacional (SI), sus múltiplos o submúltiplos.	kg	kg
Todo valor numérico debe expresarse con su unidad, incluso cuando se repite o cuando se especifica la tolerancia.	30 m ± 0,1 m de 14 h a 18 h de 35 mm a 40 mm	30 ± 0,1 m de las 14 h a las 18 de 35 a 40 mm
Cada unidad y cada prefijo tiene un solo símbolo y éste no puede ser alterado. No se deben usar abreviaturas	m (metro) kg (kilogramo) g (gramo) l (litro) cm3 (centímetro cúbico)	mts, mt, Mt kgs, kgr, KG gr, grs, Grs lts, lt, Lt cc, c.c.
No deberán combinarse nombres y símbolos al expresar el nombre de la unidad derivada.	m/s ó metros/segundo	metros/s
Todos los símbolos de las unidades se escriben con letras minúsculas del alfabeto latino, pero aquellos que provienen del nombre de científicos se escriben con mayúscula, con la excepción del ohm (Ω) letra mayúscula omega del alfabeto griego.	kg kilogramo m metro N newton A ampere	Kg Kilogramo m Metro n Newton A Ampere

Regla	Ejemplo	
	Correcto	Incorrecto
Los símbolos no se pluralizan. Siempre se escriben en singular.	5 kg 22 m	5 kgs 22 ms
Los símbolos se escriben a la derecha de los valores numéricos separados por un espacio en blanco.	5 kg 22 m	5kg 22m
El nombre completo de las unidades se escribe con letra minúscula salvo en el caso de comenzar la frase o luego de un punto. Ejemplo: "…unidad. Metro es el nombre de la unidad de longitud."	metro kilogramo newton watt	Metro Kilogramo Newton Watt
En números de muchas cifras, éstas se agrupan en miles. Entre cada grupo se debe dejar un espacio en blanco, igual o menor al ocupado por una cifra.	1 000 g 1 000 kg 0,000 001 m 1 365 762,038 29	1000 g 1.000 kg 0,000001 m 1'365,762.03829
El tiempo se expresará utilizando dos cifras para expresar las horas, minutos y segundos, separados de los símbolos de estas unidades mediante espacios en blanco y de acuerdo al siguiente orden: hora, minuto, segundo.	06 h 00 10 h 45 min 45 s 13 h 00 04 h 50 min 10 s	6am, VI de la mañana 0 y 45 a.m. con 45" 1pm, 1 de la tarde 0 para las 5 con 10 segundos
Se utilizarán dos cifras para representar los días y los meses. Al escribir la fecha completa se representará el orden siguiente: año, mes, día y se usará un guion para separarlos.	86-10-01 2009-04-13	1/10/1986 ó 01/10/1986 13-04-2009

Fuente: Servicio Ecuatoriano de Normalización (INEN, 02 de enero del 2024)

1.2. Transformación entre unidades

Cuando se realizan operaciones entre unidades es muy común la transformación de magnitudes. Por ejemplo, para llevar un control personal sobre el peso de un perrito sus dueños pudieran elaborar un registro en libras por ser esta una unidad de uso común en la sociedad, sin embargo, en un hospital la norma obliga a registrar kilogramos, esto implica que las personas deben aprender algún método de transformación de unidades para tener una idea mental sobre la relación entre dos formas de medición. El método de transformación mayormente usado es el denominado "factor de conversión", el cual usa multiplicaciones fraccionarias sucesivas para obtener equivalencias entre diferentes magnitudes, para ello se usan equivalencias ya establecidas. A continuación, la Tabla 6 presenta algunas equivalencias de uso frecuente.

Tabla 6

Transformación entre unidades.

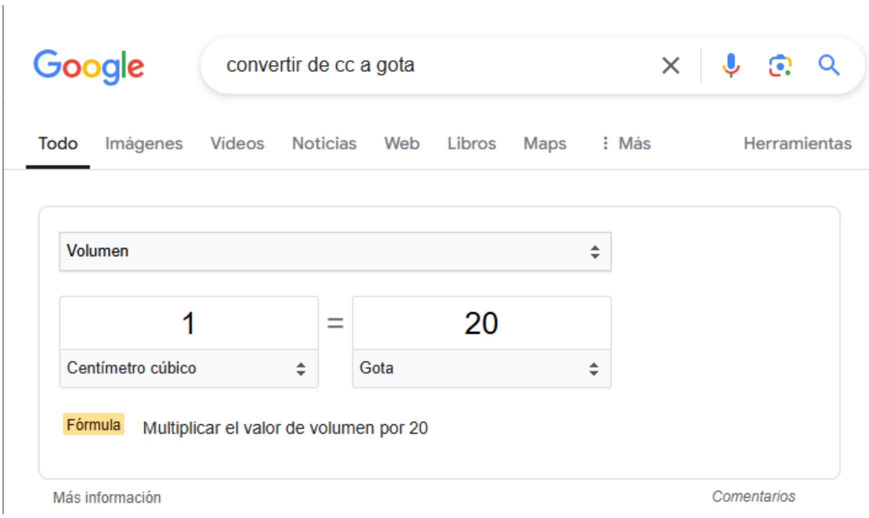
Relación	Relación
1 kilogramo (Kg) = 2,20462 libras (lb)	1 libra (lb) = 0,453592 kilogramos (Kg)
1 gramos (g) = 0,035274 onzas (oz)	1 onzas (oz) = 28,3495 gramos (g)
1 mililitro (ml) = 20 gotas	1 gota = 0,05 mililitros (ml)
1 metro cubico (m^3) = 1000 litros (l)	1 litro (l) = 0,001 metro cubico (m^3)

Relación	Relación
1 minuto (min) = 60 segundos (s)	1 segundo (s) = 0,0166667 minutos (min)
1 hora (h) = 60 minutos (min)	
1día (d) = 1440 (min)	

Para conocer más equivalencias puede visitar páginas web como www.conversordeunidades.org, www.convertworld.com, convertlive.com, etc. o simplemente colocar el buscador de Google las unidades a convertir, por ejemplo, "*convertir de cc a gotas*" y aparecerá en primera instancia la tabla de transformación como se muestra en la Figura 2.

Figura 2

Google, motor de búsqueda en la web.



Aunque existen muchas aplicaciones web que nos ayudan a realizar rápidamente transformación de unidades es importante conocer a modo de cultura general, el procedimiento manual estándar para transformación de unidades.

Digamos que estamos realizando labor comunitaria en una zona rural, allí no hay internet, entonces la balanza registra el peso de un perro de raza mediana en 25 libras y necesitamos transformar esta medida a kilogramos para su registro en la ficha médica. Para ello simplemente escribimos este valor y lo multiplicamos por su equivalencia (Tabla 6) en forma de fracción de tal manera que las unidades (en este caso libras) siempre queden cruzadas (la una en el numerador y la otra en el denominador) para poderlas simplificar. De esta manera:

$$25\,\cancel{lb}\left(\frac{1\,kg}{2{,}20462\,\cancel{lb}}\right) = 11{,}34\,kg$$

En el caso de necesitar transformar unidades derivadas, el proceso es el mismo, pero con más fracciones. Por ejemplo. Si, se requiere hidratar a un perrito con 500ml de infusión de cloruro de sodio durante 24 horas, ¿Cuántas gotas por minuto se deben calibrar en el normogotero? Al igual que el caso anterior, simplemente escribimos el valor a transformar y lo multiplicamos por sus equivalencias (Tabla 6) de mililitros a gotas y de horas a minutos, de la siguiente manera.

$$\frac{500\ \cancel{ml}}{24\ \cancel{h}}\left(\frac{20\ gotas}{1\ \cancel{ml}}\right)\left(\frac{1\ \cancel{h}}{60\ min}\right) = 6{,}94\ \approx 7\ gotas\ por\ minuto$$

1.3. Regla de tres

La regla de tres es un método matemático creado para conocer la proporcionalidad existente entre un valor respecto a tres previamente conocidos, siempre que estás mantengan una relación de linealidad entre sí. Aunque no se sabe con exactitud quien la inventó existen registros antiguos que vinculan su uso muy generalizado en la India, así es como lo menciona el polímota persa Al-Biruni (973-1050) en una de sus obras dedicada a la regla de tres, donde afirma que ellos incluso conocían la regla de tres simple, inversa y compuesta desde hace tiempo remotos. En la actualidad su uso sigue siendo muy común por la sencillez de su cálculo. En el caso de la medicina veterinaria, la regla de tres simple es muy utilizada en farmacología para calcular la dosificación exacta de un medicamento a suministrar para evitar sobredosis o intoxicaciones en los animales, por este motivo explicaremos el método de aplicación.

Como ya lo indicamos anteriormente la regla de tres simple se fundamenta en una relación de proporcionalidad como se muestra a continuación.

$$a \rightarrow b$$
$$c \rightarrow x$$

Esta disposición describe la relación de dependencia que tienen la variable “x” respecto de la variable “a”, en la misma relación de proporcionalidad que tendrá la variable “b” respecto a la variable “a”. Esta relación se pude representar matemáticamente de la siguiente forma:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$$

Donde x es la variable buscada. Despejando se tiene:

$$x = \frac{b.c}{a}$$

Por ejemplo. Se debe suministrar un ámpula de Amikacina de 100mg, con un diluyente de 2ml. La dosis a suministrar es de 20 mg cada 12 horas ¿Calcular la cantidad de amikacina diluida?

En la parte superior se apunta la relación del medicamento con el diluyente:

$$100mg \quad \rightarrow \quad 2ml$$

Posterior se apunta la relación buscada, donde x es la variable buscada:

$$\begin{array}{lcc} 100mg & \rightarrow & 2ml \\ 20mg & \rightarrow & x \end{array}$$

De las relaciones anteriores, se forma una ecuación:

$$\frac{100mg}{20mg} = \frac{2ml}{x}$$

Y se despeja x:

$$x = \frac{2ml\ .\ 20\cancel{mg}}{100\cancel{mg}} = 0{,}4\ ml$$

En este caso se deberá suministrar 0,4 ml de medicamento por vía intravenosa.

Figura 3

0,4ml de medicamento.

CAPÍTULO 2

Ecuaciones y funciones

Capítulo
2

Ecuaciones y funciones

El estudio de ecuaciones y funciones es de suma importancia en varios campos de la ciencia como la ingeniería, medicina, veterinaria, botánica, biología, etc. debido a que esta es la base para analizar los datos generados en estudios investigativos, especialmente cuando se requiere estudiar el comportamiento o tendencia de un determinado fenómeno (Fernández-Parra et al., 2024). Los registros históricos evidencian el uso de ecuaciones de primer grado en civilizaciones antiguas como la egipcia para solucionar problemas relacionados con la repartición de bienes y cosechas, ellos al no conocer la notación algebraica, usaban un método basado en prueba, error y corrección conocido hoy en día con el nombre de *"Método de la regla falsa"* (Imhausen, 2016). Un claro ejemplo del uso de ecuaciones en veterinaria la podemos encontrar cuando usamos las curvas de crecimiento de Quetelet para dar seguimiento al desarrollo de un cachorro. Por este motivo hemos dedicado el presente capitulo al estudio de este tema.

2.1. Ecuaciones matemáticas

Una ecuación es una proporción entre dos expresiones formadas por variables, constantes y operaciones matemáticas (Devlin, 2012; Riley et al., 2006). Las ecuaciones se pueden clasificar de muchas maneras, por ejemplo, según: la forma, el tipo de operación, el tipo de solución, su naturaleza, su complejidad, etc. La Figura 4, *m*uestra una clasificación básica:

Figura 4

Tipos de ecuaciones.

Tipos de ecuaciones

- Polinómicas
- Racionales
- Irracionales
- Trascendentales
- Logarítmicas
- Exponenciales
- Trigonométricas
- Hiperbólicas
- Elípticas
- Diferenciales
- Integrales
- Diofánticas o difantinas
- Trascendentes
- Diferenciales
- Integrales
- Funcionales
- Por el número de incógnitas
- Por la presencia de parámetros
- Por el tipo de solución
- Por el tipo de aplicación
- Por su complejidad o método de solución

Cada tipo de ecuación se aplica en situaciones distintas y muchos de ellos tienen múltiples soluciones incluyendo las complejas, por tanto, su resolución manual es muy tediosa, afortunadamente, hoy en día el avance de la electrónica ha permitido incorporar sensores y microprocesadores en casi todos los equipos médicos para capturar datos y procesarlos en cuestión de segundos, mediante el uso de algoritmos informáticos que automatizan los cálculos y generan resultados exactos. No obstante, esto no significa que su uso deje de ser común en el trabajo diario, por este motivo hemos dedicado un capítulo al estudio básico de este tema a fin de capacitar al profesional en Cuidado Canino a fin de potenciar sus capacidades.

2.1.1. Ecuaciones de primer grado

Las ecuaciones de primer grado también llamadas ecuaciones lineales, son expresiones algebraicas que contienen términos simples con una variable de exponente uno. La forma general es la siguiente:

$$ax + b = 0$$

Donde a y b son números naturales o reales.

El procedimiento para resolver una ecuación de primer grado sigue los siguientes pasos: 1) ordenar, 2) operar y, 3) despejar la incógnita.

Ejemplo: se cuenta con $5000m^2$ para la construcción de un refugio animal, si las leyes regionales establecen como norma un espacio de $5m^2$ al aire libre para ejercicio, un espacio de $1{,}5m^2$ para descanso al interior y un espacio de $300m^2$ justos para oficinas ¿Cuál será la capacidad máxima del refugio?

Solución:

Primero, formamos la ecuación:

$$9x + 1{,}5x + 300 = 5000$$

Luego, ordenamos los términos (variables a la izquierda y constantes a la derecha de la igualdad):

$$9x + 1.5x = 5000 - 300$$

Posterior, operamos términos semejantes en ambos lados de la ecuación:

$$10.5x = 4700$$

Finalmente, despejamos la variable:

$$x = \frac{4700}{10.5} = 447,61 \cong 448\, perros$$

2.1.2. Ecuaciones de segundo grado

Las ecuaciones de segundo grado también llamadas ecuaciones cuadráticas, son expresiones algebraicas que contienen términos simples con una variable de exponente dos. La forma general es la siguiente:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

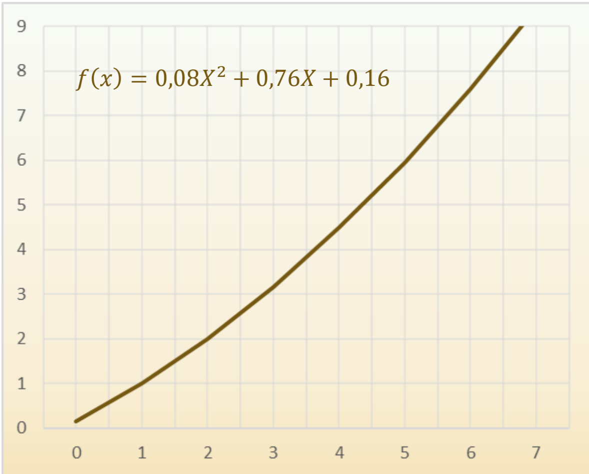
Donde a, b y c son números naturales o reales.

El procedimiento para resolver una ecuación de segundo grado es similar al caso anterior, los pasos a seguir son: 1) ordenar, 2) operar y, 3) resolver por algún método conocido.

Ejemplo: en una comunidad indígena, se ha detectado parvovirus canino tipo 2, por ser un virus altamente contagioso la tasa de contagios está creciendo de forma acelerada, el registro de casos en los últimos 5 días ha permitido establecer la siguiente curva de tendencia:

Figura 5

Contagios de parvovirus canino tipo 2.



Si la población canina total estimada es de 60 canes, ¿Cuántos días serán necesarios para contagiar a toda la comunidad?

Solución:

Recogemos la ecuación:

$$0{,}08x^2 + 0{,}76x + 0{,}16 = 60$$

Luego, ordenamos todos los términos a la izquierda para formar una igualdad a cero:

$$0{,}08x^2 + 0{,}76x + 0{,}16 - 60 = 0$$

Posteriormente, operamos términos semejantes:

$$0{,}08x^2 + 0{,}76x - 59{,}94 = 0$$

Finalmente, resolvemos por algún método conocido. En nuestro caso usaremos el método de formula general, para ello definimos los siguientes términos:

$$a = 0{,}08; \quad b = 0{,}76; \quad c = -59{,}94$$

$$X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$X_{1,2} = \frac{-(0{,}76) \pm \sqrt{(0{,}76)^2 - 4(0{,}08)(-59{,}94)}}{2(0{,}08)}$$

$$X_{1,2} = \frac{-0{,}76 \pm \sqrt{19{,}76}}{0{,}16}$$

$$X_1 = \frac{-0{,}76 + \sqrt{19{,}76}}{0{,}16} = 23 \text{ días}$$

$$X_2 = \frac{-0{,}76 - \sqrt{19{,}76}}{0{,}16} = -32{,}5 \quad \text{(se descarta por ser negativo)}$$

2.2. Funciones matemáticas

Una función es una relación matemática que toma un valor de entrada llamado argumento y lo asigna a una expresión para obtener un valor de salida (Stewart, 2008). Históricamente se tiene evidencia del uso de funciones desde hace 2000 a.C. en Babilonia, sin embargo, el concepto de función como lo entendemos hoy en día se lo atribuye a Gustav Dirichlet en el siglo XVIII. En la actualidad el uso de funciones está inmerso en toda ciencia entre ellas la veterinaria, por ejemplo, para estudiar el crecimiento de los canes se puede usar la curva de Von Bertalanffy.

2.2.1. Definición y usos

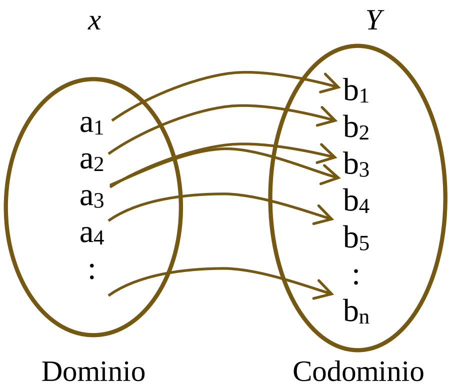
Las funciones matemáticas tienen la forma:

$$Y = f(x)$$

Donde *f(x)* representa la función estudiada, esta se define en términos de la variable x la cual toma el nombre de variable independiente debido a que puede tomar cualquier valor numérico de entre un conjunto de datos definido llamado dominio, mientras que "y" representa la variable dependiente debido a que su(s) valor(es) dependen del cada valor que tome la variable independiente como se muestra en la Figura 6, el conjunto de valores que toma la variable dependiente toma el nombre de codominio:

Figura 6

Dominio y codominio de la función.



Ejemplo: realizando pruebas de laboratorio en gatos, se pudo conocer que la temperatura de su cuerpo (t) en °C tiene relación directa con su ritmo cardiaco (r) medida en latidos por hora a través de la siguiente función:

$$r = (10t - 170)k \qquad [\, latidos/h]$$

Donde k es una constante igual a $60\,(latidos/(°C\ .\ h))$. Calcular su ritmo cardiaco a 32°C expresado en latidos por minuto.

Solución:

En este caso *r* es la función y viene expresada en función de tiempo *r(t)* de esta manera:

$$r(t) = (10t - 170)k$$

Remplazando los datos del ejercicio tenemos:

$$r(t = 32) = (10x32 - 170)x60 \qquad [\cancel{°C}]\left[\frac{latidos}{\cancel{°C}\,.\,h}\right]$$

$$r(t = 32) = 9000 \quad latidos/h$$

Transformando a latidos por minuto:

$$9000\frac{latidos}{\cancel{hora}}\left(\frac{1\ \cancel{hora}}{60\ min}\right) = 150\ latidos/min$$

2.3. Gráfica de funciones

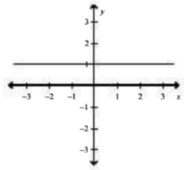
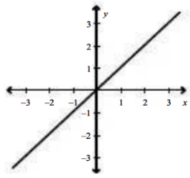
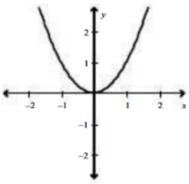
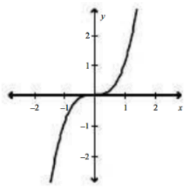
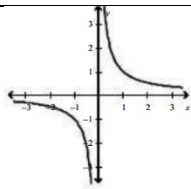
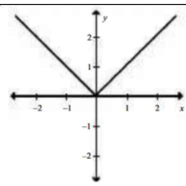
Dibujar y reconocer las características gráficas de cada tipo de ecuaciones es fundamental en la toma de decisiones por parte de los profesionales del área médica, debido a que esto facilita el entendimiento y la comprensión de los datos obtenidos (Liu et al., 2023; Yan, et al, 2024). De acuerdo a los registros históricos, se cree que la gráfica de funciones inicio en la antigua Grecia cuando filósofos como Euclides y Apolonio entre el siglo III y I a.C. realizaban trabajos de geometría, sin embargo, las funciones como la conocemos hoy en día tomó gran impulso en el siglo VII cuando el matemático René Descartes ideó un sistema de coordenadas que permitía ubicar puntos en un plano utilizando dos líneas perpendiculares (ejes) que se cruzaban en un punto central (origen) conocido como sistema de coordenadas cartesianas, en honor a su apellido (Heath, 1921). En la actualidad la gráfica de funciones se encuentra notoriamente en todo lugar, por ejemplo, cuando miramos el ritmo cardiaco de una persona estamos realmente mirando la gráfica de una función cardíaca. La gráfica de funciones también tiene aplicaciones que, aunque lo miramos no nos damos cuenta que está allí, por ejemplo, las pantallas de nuestros televisores, teléfonos, relojes inteligentes; todos ellos usan un sistema matricial para dibujar pequeños pixeles de colores que en su conjunto forman imágenes o texto.

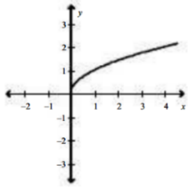
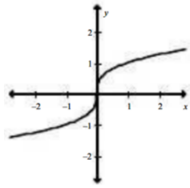
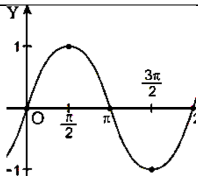
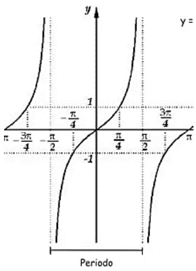
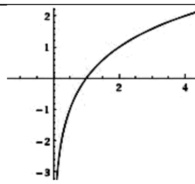
2.3.1. Tipos de gráficas matemáticas

Al igual que la clasificación de las ecuaciones, la gráfica de funciones tiene una amplia lista de tipos, en la Figura 7 se muestra las gráficas características de algunas funciones elementales, estas se llaman de esta manera porque matemáticamente tienen propiedades bien definidas.

Tabla 7

Gráfica de funciones elementales.

Gráfica	Descripción	Gráfica	Descripción
 Función constante	La función constante se dibuja de forma paralela al eje x a la altura del valor de la función.	 Función lineal	Es una línea recta creciente o decreciente dependiendo de la pendiente. Corta el eje y en un punto llamado ordenada.
 Función cuadrática	Su gráfica es una parábola que puede abrir hacia arriba o hacia abajo dependiendo del signo del término cuadrático.	 Función cúbica	Tiene una forma más compleja que la cuadrática, con posibles cambios de dirección y múltiples oscilaciones
 Función inversa	La gráfica de una función inversa depende de la función original, pero en forma básica esta es simétrica respecto al origen de coordenadas, pudiendo tener hasta cuatro asíntotas.	 Función de valor absoluto	Cuando una función tiene valor absoluto permite transponer en forma de espejo la parte del eje y negativo hacia el eje y positivo

Gráfica	Descripción	Gráfica	Descripción
 Función de raíz cuadrática	Su gráfica es una curva suave que empieza en el origen y se extiende hacia arriba en el primer cuadrante del plano cartesiano. A medida que x aumenta, f(x) también lo hace, pero a un ritmo más lento. La curva nunca desciende por debajo del eje x.	 Función de raíz cubica	Su gráfica es una curva suave que pasa por el origen (0,0) y se extiende en el primer y segundo cuadrante del plano cartesiano. A diferencia de la raíz cuadrada, la raíz cúbica puede tomar valores negativos.
 Función trigonométrica seno  Función trigonométrica tangente	Las funciones trigonométricas de forma básica se dividen en seno, coseno y tangente. La gráfica de seno y el coseno oscila entre -1 y 1 periódicamente cada π radianes a lo largo del eje x, mientras que la tangente tiene picos y valles, con asíntotas verticales.	 Función logarítmica	La gráfica de log(x) se aproxima al eje x pero crece muy lentamente a medida que x disminuye formando una asíntota.

2.3.2. Método de solución

Existen diferentes métodos para la gráfica de funciones, entre los más comunes tenemos: intercepto con los ejes, simetrías, derivadas e integrales, software especializado y el más común a nivel básico es la tabla de valores el cuál veremos a continuación:

Para dibujar una función mediante tabla de valores seguimos los siguientes pasos:

1. Preparar la función: en caso de ser posible se simplifica la función, se simplifican términos semejantes y se ordena la función.

2. Cálculo de la tabla de valores: se toma un rango de valores representativo para la variable "*x*" y se calcula sus correspondientes valores para la función *f(x)*.

3. Se dibujan los puntos en el plano cartesiano y se unen con líneas suavizadas.

Ejemplo. Se ha introducido una nueva raza canina en cierta comunidad, el registro de los últimos meses ha permitido establecer una ecuación para definir la población p en función del tiempo t (en meses) como se muestra a continuación:

$$p(t) = 25.\sqrt{(t^2 + 0{,}2)^2 - (t^2 + 0{,}04)}$$

Elaborar una gráfica poblacional y extraer conclusiones.

Solución:

Preparamos la función

$$p(t) = 25\sqrt{(t^2 + 0{,}2)^2 - (t^2 + 0{,}4)}$$

$$p(t) = 25\sqrt{\cancel{t^2} + 0{,}2t + \cancel{0{,}4} - \cancel{t^2} - \cancel{0{,}4}}$$

$$p(t) = 25\sqrt{0{,}2t}$$

Calculamos la tabla de valores: las funciones con raíces cuadradas inician desde el origen y podemos por ejemplo hacer una gráfica con 9 puntos.

Tabla 8

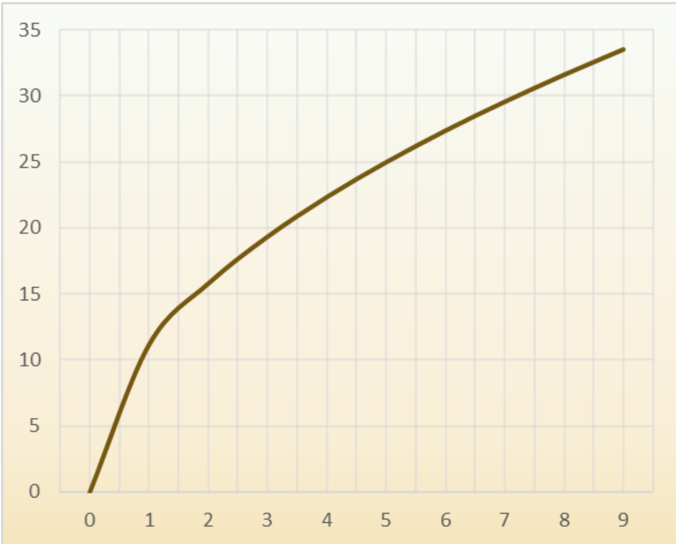
Tabla de datos.

X	$p(t)$	X	$p(t)$
0	0	5	25
1	11,18	6	27,39
2	15,81	7	29,58
3	19,36	8	31,62
4	22,36	9	33,54

Graficando en el plano cartesiano y extrayendo conclusiones:

Figura 7

Gráfica de función p(t).



La gráfica demuestra una tendencia creciente acelerada en los primeros meses, no obstante, según pasan los años esta tendencia va decreciendo lo que hace suponer que en algún momento la población se mantendrá constante.

CAPÍTULO 3

Logaritmos

Capítulo
3

Logaritmos

Los logaritmos son operaciones matemáticas fundamentales en una amplia gama de disciplinas, sus aplicaciones están presentes tanto en ciencias formales como fácticas (Fisher, 2018). Por ejemplo, fenómenos en la naturaleza, como el crecimiento de poblacional, la absorción de luz por la atmósfera y otros procesos, siguen patrones exponenciales que pueden ser modelados y entendidos con la ayuda de logaritmos. El concepto de logaritmo fue propuesto por primera vez en el siglo XVI por Jhon Napier en su libro denominado "*Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*" donde propone públicamente un primer método de cálculo, irónicamente, el matemático Joost Bürgi fue quien inventó por primera vez los logaritmos sin embargo publicaron su descubrimiento cuatro años después de Napier. A continuación, el astrónomo y matemático alemán Johannes Kepler colaboró con Henry Briggs para mejorar las tablas de los logaritmos con lo cual pudo desarrollar las famosas leyes de movimiento de los planetas de Kepler y con ello popularizó también los logaritmos, esto dio apertura para que se aplicarán en otras ciencias como la geodesia, navegación marítima, arquitectura, mecánica, hidráulica y demás áreas de la matemática avanzada que a su vez proporcionó las herramientas necesarias para acelerar la revolución industrial del siglo XIII y XIX, con esto se puede concluir que la invención de los logaritmos ha tenido un impacto significativo a través de la historia y su importancia en la actualidad sigue siendo innegable.

3.1 Definición

En los logaritmos se pueden identificar tres elementos:

$$Argumento$$

$$\log_A(B) = C \longrightarrow \quad Logaritmo$$

$$Base$$

Dicho esto, se puede decir que "*El logaritmo en base A de un número B es igual al exponente C al cual hay que elevar A para obtener como resultado B*", es decir:

$$Si, A^C = B; \;\; entonces, \;\; Log_A(B) = C$$

3.2 Propiedades y cambio de base

Como consecuencia directa de la definición formal de los logaritmos, es posible deducir una serie de propiedades fundamentales que son cruciales para su correcta comprensión y aplicación en diversas áreas de las matemáticas y ciencias. Estas propiedades no solo simplifican el cálculo de logaritmos en diferentes contextos, sino que también facilitan la resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas, permitiendo un análisis más profundo de fenómenos que se modelan mediante relaciones exponenciales.

En la tabla 9 podemos observar las propiedades elementales de los logaritmos. Estas propiedades de los logaritmos simplifican operaciones matemáticas al relacionar multiplicaciones, divisiones y potencias con sumas, restas y productos de logaritmos. Son herramientas clave para resolver ecuaciones y analizar datos en diversas áreas científicas.

Tabla 9

Propiedades elementales de los logaritmos.

Descripción	Expresión matemática
El logaritmo del producto de dos términos, es igual a la suma de los logaritmos de cada término.	$log_A(X.Y) = log_A(X) + log_A(Y)$
El logaritmo de la división de dos términos, es igual a la diferencia de los logaritmos de cada término.	$log_A\left(\frac{X}{Y}\right) = log_A(X) - log_A(Y)$
El logaritmo de un término elevado a una potencia, es igual al producto del exponente por el logaritmo del término.	$log_A(X^Y) = Y.log_A(X)$

Tabla 10

Otras propiedades de los logaritmos.

Descripción	Expresión matemática
Si la base y el término del logaritmo son iguales, el resultado siempre será uno.	$log_A(A) = 1$
Sin importar la base, el logaritmo de uno siempre será cero.	$log_A(1) = 0$
Dado el siguiente logaritmo en base A, $log_A(X)$, para cambiarlo a la base B, esta es igual a la división del logaritmo a transformar para el logaritmo en base A de B.	$log_B(X) = \frac{log_A(X)}{log_A(B)}$
Otra forma de cambiar de base un logaritmo es a través de su inversa.	$log_A(X) = \frac{1}{log_X(A)}$

Tabla 11

Notación de algunos logaritmos.

Descripción	Expresión matemática		
El logaritmo en base 10 no requiere colocar su base en el subíndice, su ausencia sobrentiende que es logaritmo en base 10.	$log_{10}(A)$	$se\ escribe$	$log(A)$
El logaritmo en base e (número de Euler) tiene su propia nomenclatura ln y no se coloca la constante e como subíndice.	$log_e(A)$	$se\ escribe$	$ln(A)$

Ejemplo. El pH de una sustancia es una medida de su acidez o alcalinidad, su escala puede variar de 0 a14, y esta representa la concentración de iones de hidrógeno (H^+) presentes en la solución, también hay que saber de 7,0 a 7,5 se considera un pH neutro. Por ejemplo, el agua de lluvia pudiera tener un pH de 7 y el sumo de frutas acidas pudiera tener un pH ≤ 3. La función que relaciona el pH con la concentración de iones de hidrógeno es la siguiente:

$$pH = -log[H^+]$$

Donde H^+ representa la cantidad de iones de hidrógeno por litro. Conocido esto se pide:

a) Si, H^+ en sangre es aproximadamente $3{,}98x10^{-8}\ moles/l$, hallar el pH aproximado de este fluido.

Solución.

$$pH = -log[3{,}98x10^{-8}]$$
$$pH = 7{,}4$$

b) Se toman dos muestras de suelo y se mide su pH, una mide 6 y la otra mide 7,1; sabiendo esto, identificar cuántas veces es más ácido el uno del otro.

Solución:

Para el suelo de pH 5.

$$pH = -log[H^+]$$
$$6 = -log[H^+]$$
$$-6 = log[H^+]$$
$$-6(1) = log[H^+]$$
$$-6\ \log_{10} 10 = log[H^+]$$
$$\cancel{log}\ 10^{-6} = \cancel{log}[H^+]$$
$$H^+ = 10^{-6}$$

Para el suelo de pH 6,1.

$$pH = -log[H^+]$$
$$7{,}1 = -log[H^+]$$
$$-7{,}1 = log[H^+]$$
$$-7{,}1(1) = log[H^+]$$
$$-7{,}1\ \log_{10} 10 = log[H^+]$$
$$\cancel{log}\ 10^{-7{,}1} = \cancel{log}[H^+]$$
$$H^+ = 10^{-7{,}1}$$
$$H^+ = 7{,}94x10^{-8}$$

Para establecer una relación entre estos dos tipos de suelo se divide el H^+ más bajo sobre el más alto, de la siguiente manera:

$$\frac{10^{-6}}{7{,}94x10^{-8}} = 12,6$$

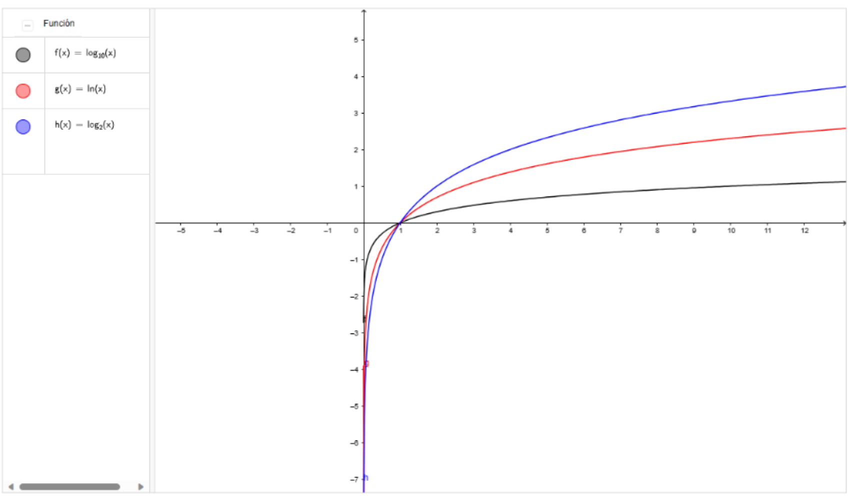
Es decir que, el suelo de pH 6 tendrá 12,6 veces más moles de iones hidrógeno por litro que el suelo de pH 7,1.

3.3 Características gráficas de los logaritmos

La gráfica de la función logarítmica *f(x)* está definida por una curva creciente desde -∞ hasta +∞, y esta toma algunas variantes dependiendo del valor de su base como se indica en la Figura 8.

Figura 8

Gráfica de funciones logarítmicas.



Algunas características de la función logarítmica son:

a) *Asíntota vertical.* La gráfica de una función logarítmica tiene una asíntota vertical en el eje de las x, esto significa que la curva de la función se acerca infinitamente a este eje pero nunca lo toca.

b) *Dominio y rango.* El dominio de una función logarítmica es de *x>0* ya que el logaritmo de un número cero o negativo no está definido en los números reales, sin embargo, su codominio si puede tomar valores desde -∞ hasta +∞.

c) *Comportamiento asintótico*. Dependiendo de la base del logaritmo, la función puede crecer más lentamente o más rápidamente. Por ejemplo, las funciones logarítmicas con bases mayores a 1 crecen más rápidamente que las de base menor a 1 como se mostró en la Figura 6.

d) *Intersección con los ejes.* Independiente mente de la base del logaritmo, su grafica siempre cruzara por x=1 debido a que $log_A(1) = 0$ para cualquier valor de A.

e) *Curva característica*. La curva de una función logarítmica tiende a aumentar lentamente al principio y luego aumenta más rápidamente a medida que x crece (para bases mayores a 1), o decrece lentamente y luego decrece más rápidamente a medida que x crece (para bases entre 0 y 1).

CAPÍTULO 4

Estadística descriptiva

Capítulo
4

Estadística descriptiva

Una de las primeras estrategias usadas para es el análisis de la información recogida es la distribución de frecuencias, para ello debemos organizarla y agruparla de modo que pueda ser más comprensible y operable (Moore et al., 2021). Al analizar esta información se pueden identificar patrones y tendencias en los datos, lo que puede ayudar a los investigadores e instituciones a tomar decisiones informadas. Por ejemplo, si una empresa observa una distribución de frecuencia sesgada hacia valores más altos de una variable, puede indicar que hay un problema en su proceso de producción o en su modelo de costos.

4.1. Distribución de frecuencias

La distribución de frecuencias es una herramienta estadística que permite agrupar o resumir grandes cantidades de informaciones en tablas de datos distribuidas en filas ordenadas. Esta es una forma de visualizar la distribución de los datos de modo que se puedan identificar patrones y tendencias. Existen dos formas de distribuir la frecuencia de los datos.

Distribución de frecuencias simples. Esta distribución muestra la frecuencia con la que ocurre cada uno de los valores de la muestra (sin eliminar ninguno). Este método es útil para grupos de datos donde no existen variaciones significativas entre sus valores, por ejemplo, si se recogen las edades de 485 perro de una ciudad de Ecuador al término de su protocolo vacunal, independientemente de que tan grande sea la muestra los valores apuntados posiblemente estarán entre 6 a 9 meses, lo cual es un rango pequeño y fácilmente se pudiera construir una tabla con filas para cada dato, como se muestra a continuación:

Tabla 12

Edades de perros al término de su protocolo vacunal.

Edad (años)	Número de estudiantes
6	131
7	149
8	112
9	93

Distribución de frecuencia por intervalos. A diferencia de la distribución simple, la distribución por intervalos se usa cuando los datos recogidos en la muestra, el rango es relativamente alto. En este caso conviene formar grupos de datos (clases) para apuntarlos en cada fila de la tabla, por ejemplo, del mismo grupo de perros del ejemplo anterior, ahora medimos su peso en Kilogramos con una cifra decimal, en este caso, seguramente los valores encontrados pudieran estar comprendidos entre 5 a 15 Kg que son los pesos promedios de perros en edad vacunal en Ecuador (Tarupi et al., 2020). Una posible distribución pudiera ser la siguiente:

Tabla 13

Peso de estudiantes de bachillerato.

Peso (Kg)			Número de perros
5,0	a	6,5	41
6,6	a	7,5	39
7,6	a	8,5	31
8,6	a	9,5	50
9,6	a	10,5	40
10,6	a	11,5	58
11,6	a	12,5	60
12,6	a	13,5	39
13,6	a	14,5	56
14,6	a	15,0	71

4.2. Construcción de tablas de frecuencias

La construcción de una tabla de frecuencias es un paso fundamental en el análisis de datos, ya que permite organizar la información de manera estructurada y comprensible. Esta tabla muestra la frecuencia con la que ocurre cada valor o rango de valores dentro de un conjunto de datos obtenidos de una población o una muestra. De manera específica, describe en forma resumida cuántas veces aparece cada uno de los valores o intervalos definidos, proporcionando así una visión clara de la distribución de los datos.

La tabla de frecuencias es una herramienta esencial en la estadística descriptiva, ya que facilita la identificación de patrones, tendencias y posibles outliers en el conjunto de datos. También es el primer paso para la construcción de gráficos como histogramas, ojivas o polígonos de frecuencias, que visualizan de manera efectiva la distribución de los datos. En resumen, una tabla de frecuencias convierte un conjunto de datos en bruto en una representación ordenada y significativa, que sirve como base para análisis más avanzados.

4.2.1. Tabla de frecuencias para una distribución simple

El procedimiento para su construcción inicia dibujando seis columnas, como se muestra a continuación.

Tabla 14

Enunciados de una tabla de frecuencias simple.

N°	X	fa	faa	fr	fra	fra%
clase	(Marca de clase)	(Frecuencia absoluta)	(Frecuencia absoluta acumulada)	(Frecuencia relativa)	(Frecuencia relativa acumulada)	(Frecuencia relativa acumulada porcentual)

Ejemplo: construir una tabla de frecuencias simple el ejercicio de la Tabla 12.

Se procede numerar en orden ascendente la columna de la N° Clase iniciando desde 1. Posterior, hay que seleccionar e insertar ordenadamente la edad en años en la columna de la Marca de clase (X) y su correspondiente número de estudiantes en la columna de la Frecuencia absoluta (fa) tal como se muestra en la Tabla 15.

Tabla 15

Agrupamiento de datos en una tabla de frecuencias simple.

N° Clase	X	fa	faa	fr	fra	Fra%
1	15	131				
2	16	149				
3	17	112				
4	18	93				

A continuación, apuntamos la Frecuencia absoluta acumulada de la primera clase, esta es igual a la frecuencia absoluta de la primera clase.

$$faa_{(primera\ clase)} = fa_{(primera\ clase)}$$

$$faa_{(primera\ clase)} = 131$$

Los demás elementos de la columna se calculan sumando las frecuencias absolutas anteriores incluida la de su propia clase como se muestra gráficamente en la Tabla 16.

$$faa_{(a\ partir\ de\ la\ segunda\ clase)} = \sum fa_{(de\ todas\ las\ clases\ anteriores)}$$

Por ejemplo, la faa de la segunda clase (280) es el resultado de sumar la fa de la primera (131) y segunda (149) clase. Luego, la faa de la tercera clase (392) es el resultado de sumar las fa de la primera (131), segunda (149) y tercera (112) clase, etc.

.

Note que la faa de la última fila (485) es igual a N (número total de datos de la muestra).

Tabla 16

Faa en una tabla de frecuencias simple.

N° Clase	X	fa	faa	fr	fra	Fra%
1	15	131	131			
2	16	149	280			
3	17	112	392			
4	18	93	485			

La columna de frecuencia relativa se calcula dividiendo la frecuencia absoluta de su propia clase para el total de datos, y se apunta redondeando a cuatro cifras decimales. Es decir:

$$fr = \frac{fa}{N}$$

Donde N es la cantidad de datos de la muestra. Los datos completos se muestran en la Tabla 17.

Por ejemplo, la fr de la primera fila (0,2701) aparece de dividir la fa de la primera fila (131) para N=485, la fr de la segunda fila (0,3072) aparece de dividir la fa de la segunda fila (149) para N=485, etc.

Tabla 17

Fr en una tabla de frecuencias simple.

N° Clase	X	fa	faa	fr	fra	Fra%
1	15	131	131	0,2701		
2	16	149	280	0,3072		
3	17	112	392	0,2309		
4	18	93	485	0,1918		

A continuación, apuntamos la Frecuencia relativa acumulada de la primera clase, esta es igual a la frecuencia relativa de la primera clase.

$$fra_{(primera\ clase)} = fr_{(primera\ clase)}$$

$$fra_{(primera\ clase)} = 0{,}2701$$

Los demás elementos de la columna se calculan sumando las frecuencias relativas anteriores incluida la de su propia clase como se muestra gráficamente en la Tabla 18.

$$fra_{(a\ partir\ de\ la\ segunda\ clase)} = \sum fr_{(de\ todas\ las\ clases\ anteriores)}$$

Por ejemplo, la fra de la segunda clase (0,5773) es el resultado de sumar la fr de la primera (0,2701) y segunda (0,3072) clase. Luego, la fra de la tercera clase (0,8082) es el resultado de sumar las fr de la primera (0,2701), segunda (0,3072) y tercera (0,2309) clase, etc.

Note que la fra de la última clase siempre es igual a 1 o algún número muy cercano a 1, esto último se debe a los redondeos que se realizaban en la columna de fr.

Tabla 18

Fra en una tabla de frecuencias simple.

N° Clase	X	fa	faa	fr	fra	Fra%
1	15	131	131	0,2701	0,2701	
2	16	149	280	0,3072	0,5773	
3	17	112	392	0,2309	0,8082	
4	18	93	485	0,1918	1	

Finalmente, la columna de frecuencia relativa acumulada porcentual, se calcula transformando en porcentaje la fra. De esta forma:

$$fra\% = Fra * 100\%$$

La tabla de frecuencias simples terminada quedaría de la siguiente forma:

Tabla 19

Tabla de frecuencias simple.

N° Clase	X	fa	faa	Fr	fra	Fra%
1	15	131	131	0,2701	0,2701	27,01
2	16	149	280	0,3072	0,5773	57,73
3	17	112	392	0,2309	0,8082	80,82
4	18	93	485	0,1918	1	100,00

El análisis de la tabla de frecuencias muestra que la Marca de clase de la tercera clase (16) es el más frecuente, con 149 observaciones, lo que representa el 30,72% del total de los datos. Esto indica que la mayoría de las observaciones en el conjunto de datos tienden a agruparse alrededor de este valor. En contraste, la Marca de clase de la cuarta clase (18) tiene la menor frecuencia absoluta, con 93 observaciones, lo que equivale al 19,18% del total, evidenciando que es el menos común entre los valores considerados.

La frecuencia absoluta acumulada revela que hasta la tercera clase se han acumulado 392 observaciones, lo que representa el 80,82% del total de los datos. Esto indica que la mayoría de las observaciones están distribuidas entre las marcas de clase 15, 16 y 17. Finalmente, el 100% de los datos se alcanzan al considerar el valor 18, lo que confirma que todos los datos se encuentran dentro de este rango de valores.

4.2.2. Tabla de frecuencias para una distribución por intervalos

Las tablas de frecuencias para una distribución por intervalos son más complejas y detalladas que las tablas de frecuencias simples. Este tipo de tabla es especialmente útil cuando los datos son continuos y están agrupados en intervalos, ya que permite una representación más clara y organizada de la distribución de los datos.

Para construir una tabla de frecuencias por intervalos, seguiremos el método de Freire (2024), un procedimiento reconocido por su eficacia y facilidad de automatización en herramientas como Microsoft Excel. Este método permite manejar grandes conjuntos de datos de manera eficiente, asegurando que cada paso del proceso esté bien definido y estructurado.

Una característica distintiva de la tabla de frecuencias por intervalos es la inclusión de la marca de clase, que representa el punto medio de cada intervalo. En este caso, la marca de clase no es un único valor, sino que se subdivide en cuatro ramales que describen los límites inferior y superior de cada intervalo, lo que proporciona una mayor precisión en la representación de los datos. Estas subdivisiones permiten realizar análisis más detallados, como la estimación de la moda y la mediana dentro de cada intervalo.

Las once columnas que conforman la tabla de frecuencias se muestran continuación:

Tabla 20

Enunciados de una tabla de frecuencias por intervalos.

N° clase	***Xri*** **(Limite real inferior)**	***Xi*** **(Límite inferior)**	***Xs*** **(Límite superior)**	***Xrs*** **(Limite real superior)**	***X*** **(Marca de clase)**	…

Continuación de la tabla

…	***fa*** (Frecuencia absoluta)	***faa*** (Frecuencia absoluta acumulada)	***fr*** (Frecuencia relativa)	***fra*** (Frecuencia relativa acumulada)	***Fra%*** (Frecuencia relativa acumulada porcentual)

Para ejemplificar el proceso, consideremos el siguiente caso:

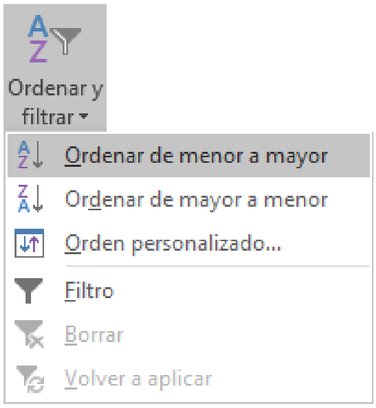
Caso 1. *Parte de un estudio de conocimiento, se evaluó a noventa jóvenes bachilleres en el área de matemática superior. Las calificaciones obtenidas (sobre 10 puntos) se muestran a continuación.*

4,6	5,1	2,3	3,1	3,7	2,0	2,8	3,4	4,0	3,3	3,8	3,0	3,7	6,1	7,0
8,4	5,0	9,4	6,8	3,8	4,3	2,4	3,2	3,8	4,7	8,0	9,4	4,7	5,2	3,7
4,2	5,0	4,5	5,1	3,4	4,0	6,2	7,2	9,2	6,0	6,8	4,9	5,3	6,0	4,3
4,3	5,0	5,5	5,9	6,5	7,6	5,9	6,4	7,5	7,1	8,8	5,8	6,2	7,2	2,5
3,3	8,1	5,2	2,6	3,4	3,8	2,2	2,0	2,8	3,6	4,1	5,6	6,2	5,0	5,5
2,5	6,6	5,4	5,4	6,0	7,7	5,8	6,3	7,4	2,0	2,7	4,2	5,0	2,1	2,9

El primer paso es, ordenar los datos de la muestra de menor a mayor, si está trabajando en Microsoft Excel 2021 (ME, 2021) puede acomodar los datos en una sola columna y usar la función “Ordenar de menor a mayor” ubicada en la pestaña Inicio:

Figura 9

Ordenar datos – Menu M.Word.



Los datos ordenados quedarán de la siguiente forma:

D. Menor →	**2,0**	2,7	3,4	4,0	4,7	5,2	5,9	6,4	7,5	
	2,0	2,8	3,4	4,0	4,7	5,2	5,9	6,5	7,6	
	2,0	2,8	3,6	4,1	4,9	5,3	6,0	6,6	7,7	
	2,1	2,9	3,7	4,2	5,0	5,4	6,0	6,8	8,0	
	2,2	3,0	3,7	4,2	5,0	5,4	6,0	6,8	8,1	
	2,3	3,1	3,7	4,3	5,0	5,5	6,1	7,0	8,4	
	2,4	3,2	3,8	4,3	5,0	5,5	6,2	7,1	8,8	
	2,5	3,3	3,8	4,3	5,0	5,6	6,2	7,2	9,2	
	2,5	3,3	3,8	4,5	5,1	5,8	6,2	7,2	9,4	
	2,6	3,4	3,8	4,6	5,1	5,8	6,3	7,4	**9,4**	← D. Mayor

El segundo paso es, calcular el Número de intervalos de clase (NIC). Este valor permite conocer la cantidad de grupos o clases (número de filas de la tabla) que tendrá la tabla de frecuencias. Para ello se aplicará la regla de Sturges, la fórmula es la siguiente:

$$NIC = 1 + log_2 n$$

Donde n es la cantidad de datos de la muestra.

Si usa calculadora de mano y no cuenta con la función de log en base n, se podría escribir de la siguiente manera:

$$NIC = 1 + \frac{\log N}{\log 2}$$

La respuesta obtenida siempre se sube al "*número entero inmediato superior*".

Por tanto, el número de intervalos de clase para el ejemplo es la siguiente:

$$NIC = 1 + log_2 90 = 6{,}491853 \ \approx 7$$

<u>Notas Importantes</u>

– *El NIC siempre es un número entero. Pero si la respuesta de Sturges da como resultado un número decimal, este se sube* *al "número entero inmediato superior", en nuestro ejercicio de 6,491853 subió a 7.*

- *El procedimiento de subir al inmediato superior indica que no importa si la respuesta hubiera sido 6,0001; 6,5 o 6,9999, el NIC siempre subiría a 7. (no confundir este procedimiento con el redondeo de datos, son procesos diferentes.*

- *En ME19, la función para calcular log en cualquier base es "$= LOG(dato;\ base)$", y la función para subir al inmediato superior es "=REDONDEAR.MAS (dato; num_decimales)"*

El tercer paso consiste en *calcular el ancho o amplitud del intervalo de clase (AIC)*, esto permite conocer el ancho que tendrá cada grupo de datos de las clases. La función es la siguiente:

$$AIC = \frac{Dato\ mayor\ de\ la\ muestra - Dato\ menor\ de\ la\ mestra}{NIC}$$

El resultado del AIC deberá tener la misma cantidad de cifras decimales que la muestra (en nuestro ejercicio una cifra decimal), para ello, las cifras que están demás simplemente se descartan sin redondear.

El ancho de intervalo de clase para nuestro ejercicio es:

$$AIC = \frac{9,4 - 2,0}{7} = 1,057142 \approx 1,0$$

Notas importantes:

- *El valor del AIC debe contener la misma cantidad de dígitos decimales que los datos de la muestra, en nuestro ejemplo observamos que, por un lado, los datos del ejercicio contienen una sola cifra decimal y por otro lado el AIC tiene más de seis cifras decimales, por tanto, se descartan la cifras que están demás sin realizar redondeo de datos, de la siguiente manera: AIC= 1,0~~57142~~ = 1,0*

- *No olvide trabajar siempre según el número de cifras decimales de la muestra, por ejemplo, si los datos de la muestra son números enteros el AIC también deberá tener cero decimales, o, si los datos de la muestra son números con dos cifras decimales el AIC también se deberá tener dos cifras decimales.*

- *En ME19, la función para descartar cifras decimales es "=REDONDEAR.MENOS(dato; num_decimales)"*

El cuarto paso consiste en llenar los datos de la tabla de frecuencias, para ello debemos seguir las siguientes instrucciones.

El primer valor es el Límite inferior de la primera clase, allí se coloca el dato más pequeño de la muestra de datos ordenada.

$$Xi = Dato\ mas\ peque\text{ñ}o\ de\ la\ muestra$$

$$AIC = \frac{9{,}4 - 2{,}0}{7} = 1{,}057142\ \approx 1{,}0$$

Tabla 21

Xi 1ra clase, en una tabla de frecuencias por intervalos.

N° clase	Xri	Xi	Xs	Xrs	X	Fa	faa	fr	fra	Fra%
1		2,0								
2										
3										
4										
5										
6										
7										

El siguiente casillero a llenar es el Límite superior de la primera clase, se calcula sumando el Límite inferior de la primera clase más el Ancho de intervalo de clase.

$$Xs = Xi + AIC$$

$$Xs = 2 + 1 = 3$$

Tabla 22

Xs 1ra clase, en una tabla de frecuencias por intervalos.

+AIC

N° clase	Xri	Xi	Xs	Xrs	X	fa	faa	fr	fra	Fra%
1		2,0	3,0							
2										
3										
4										
5										
6										
7										

A continuación, se calcula el Límite inferior de la segunda clase, este se apunta únicamente observando el número que le sigue al Límite superior de la clase anterior, en nuestro ejemplo el siguiente número después de 3,0 es 3,1. Este valor se muestra en la Tabla 23.

No olvide trabajar siempre según el número de cifras decimales de la muestra, en este caso la muestra contiene números de una cifra decimal y por este motivo los Xi y Xs también tienen una cifra decimal. Para mejor entendimiento supongamos que otro ejercicio contiene datos enteros donde el Xs de la primera clase es igual a 12, entonces en el Xi de la segunda clase deberíamos apuntar 13 porque este es el número entero que sigue después de 12. Y para que quede claro veamos un último ejemplo, supongamos que otro ejercicio contiene números de dos cifras decimales donde el Xs de la primera clase es igual a 30,16 entonces el Xi de la segunda clase debería ser 30,17 porque este es el número de dos cifras decimales que sigue después de 30,16.

Tabla 23

Xi 2da clase, en una tabla de frecuencias por intervalos.

N° clase	Xri	Xi	Xs	Xrs	X	fa	faa	fr	fra	Fra%
1		2,0	3,0							
2		3,1								
3										
4										
5										
6										
7										

Repetimos las tres instrucciones anteriores hasta completar la séptima clase. Es decir, el Xs de la segunda clase (4,1) aparece de sumar el Xi de la segunda clase (3,1) más el AIC (1,0). Luego, el Xi de la tercera clase (4,2) es el número de una cifra decimal que le sigue al Xs de la segunda clase (4,1), etc. La Tabla 24 muestra el consolidado de estas dos columnas.

Estos dos límites son elementos fundamentales que permiten segmentar y organizar los datos en categorías o clases. Definen los intervalos en los que se agrupan los datos, facilitando así la interpretación y análisis de la información. Al establecer estos límites, se obtiene una representación clara y estructurada de cómo se distribuyen los datos a lo largo del rango total considerado, lo que a su vez permite identificar patrones, tendencias, y posibles anomalías dentro del conjunto de datos. Además, esta organización contribuye a simplificar el proceso de comparación entre diferentes grupos o intervalos.

Tabla 24

Xi y Xs en una tabla de frecuencias por intervalos.

+AIC

N° clase	Xri	Xi	Xs	Xrs	X	fa	faa	fr	fra	Fra%
1		2,0	3,0							
2		3,1	4,1							
3		4,2	5,2							
4		5,3	6,3							
5		6,4	7,4							
6		7,5	8,5							
7		8,6	9,6							

Ahora, calculamos el Límite real superior (Xrs) de la primera clase, para ello se promedia el Límite superior de la primera clase con el Límite inferior de la segunda clase. Los cálculos se muestran a continuación:

$$Xrs_{(primera\ clase)} = \frac{Xs_{(primera\ clase)} + Xi_{(segunda\ clase)}}{2}$$

$$Xrs_{(primera\ clase)} = \frac{3{,}0 + 3{,}1}{2} = 3{,}05$$

Tabla 25

Xrs 1ra clase, en una tabla de frecuencias por intervalos.

N° clase	Xri	Xi	Xs	Xrs	X	fa	faa	fr	fra	Fra %
1		2,0	3,0	3,05						
2		3,1	4,1							
3		4,2	5,2							
4		5,3	6,3							
5		6,4	7,4							
6		7,5	8,5							
7		8,6	9,6							

A continuación, se calcula el Ancho real (AR), para ello se resta el Límite real superior con el Límite superior de la primera clase:

$$AR = Xrs_{(primera\ clase)} + Xr_{(primera\ clase)}$$

$$AR = 2{,}95 + 2{,}9 = 0,05$$

Finalmente, para calcular las celdas restantes del Xrs simplemente se suma cada Xs con el AIC como se muestra a continuación:

$$Xrs = Xs + AR$$

$$Xrs_{(segunda\ clase)} = 4{,}1 + 0{,}05 = 4{,}15$$

$$Xrs_{(tercera\ clase)} = 5{,}2 + 0{,}05 = 5{,}25$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$Xrs_{(séptima\ clase)} = 9{,}6 + 0{,}05 = 9{,}65$$

Tabla 26

Cálculo de Límite real superior.

+AR

N° clase	Xri	Xi	Xs	Xrs	X	fa	faa	fr	Fra	Fra%
1		2,0	3,0	3,05						
2		3,1	4,1	4,15						
3		4,2	5,2	5,25						
4		5,3	6,3	6,35						
5		6,4	7,4	7,45						
6		7,5	8,5	8,55						
7		8,6	9,6	9,65						

El Límite real inferior (Xri), se calcula restando el Límite inferior de cada clase con el Ancho real. Los cálculos se describen continuación y los datos completos se muestran en la Tabla 27.

$$Xri = Xi - AR$$

$$Xri_{(primera\ clase)} = 2{,}0 - 0{,}05 = 1{,}95$$

$$Xri_{(segunda\ clase)} = 3{,}1 - 0{,}05 = 3{,}05$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$Xri_{(séptima\ clase)} = 8{,}6 - 0{,}05 = 8{,}55$$

En general los límites reales inferior y superior se construyen para definir con mayor precisión cada intervalo en una tabla de frecuencias, asegurando que todos los datos de la muestra puedan estar incluidos en alguna clase.

Tabla 27

Xri en una tabla de frecuencias por intervalos.

- AR

N° clase	Xri	Xi	Xs	Xrs	X	fa	faa	fr	fra	Fra%
1	1,95	2,0	3	3,05						
2	3,05	3,1	4,1	4,15						
3	4,15	4,2	5,2	5,25						
4	5,25	5,3	6,3	6,35						
5	6,35	6,4	7,4	7,45						
6	7,45	7,5	8,5	8,55						
7	8,55	8,6	9,6	9,65						

A continuación, se calcula la Marca de clase promediando el Límite inferior con el Límite superior de cada clase (este resultado se apunta con todas las cifras decimales) de la siguiente manera:

$$\text{X} = \frac{Xi + Xs}{2}$$

$$\text{X}_{(primera\ clase)} = \frac{2{,}0 + 3{,}0}{2} = 2{,}5$$

$$\text{X}_{(segunda\ clase)} = \frac{3{,}1 + 4{,}1}{2} = 3{,}6$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$\text{X}_{(séptima\ clase)} = \frac{8{,}6 + 9{,}6}{2} = 9{,}1$$

Los datos completos se muestran en la Tabla 28.

Tabla 28

X en una tabla de frecuencias por intervalos.

N° clase	Xri	Xi	Xs	Xrs	X	fa	faa	fr	Fra	Fra%
1	1,95	2,0	3,0	3,05	2,5					
2	3,05	3,1	4,1	4,15	3,6					
3	4,15	4,2	5,2	5,25	4,7					
4	5,25	5,3	6,3	6,35	5,8					
5	6,35	6,4	7,4	7,45	6,9					
6	7,45	7,5	8,5	8,55	8,0					
7	8,55	8,6	9,6	9,65	9,1					

La Frecuencia absoluta de la primera clase, se calcula contando la cantidad de números existentes en la muestra comprendidos entre el Límite inferior al Límite inferior de la misma clase. Por ejemplo, para la primera clase, contamos cuantos valores de la muestra existen entre 2.0 (Xi) a 2,9 (Xs). Como se observa a continuación existen 14 números, y este valor se apunta en la columna de Frecuencia absoluta.

2,0	2,7	3,4	4,0	4,7	5,2	5,9	6,4	7,5
2,0	2,8	3,4	4,0	4,7	5,2	5,9	6,5	7,6
2,0	2,8	3,6	4,1	4,9	5,3	6,0	6,6	7,7
2,1	2,9	3,7	4,2	5,0	5,4	6,0	6,8	8,0
2,2	3,0	3,7	4,2	5,0	5,4	6,0	6,8	8,1
2,3	3,1	3,7	4,3	5,0	5,5	6,1	7,0	8,4
2,4	3,2	3,8	4,3	5,0	5,5	6,2	7,1	8,8
2,5	3,3	3,8	4,3	5,0	5,6	6,2	7,2	9,2
2,5	3,3	3,8	4,5	5,1	5,8	6,2	7,2	9,4
2,6	3,4	3,8	4,6	5,1	5,8	6,3	7,4	9,4

Tabla 29

fa 1ra clase, en una tabla de frecuencias por intervalos.

N° clase	Xri	Xi	Xs	Xrs	X	fa	Faa	fr	fra	Fra%
1	1,95	2,0	3,0	3,05	2,5	15				
2	3,05	3,1	4,1	4,15	3,6					
3	4,15	4,2	5,2	5,25	4,7					
4	5,25	5,3	6,3	6,35	5,8					
5	6,35	6,4	7,4	7,45	6,9					
6	7,45	7,5	8,5	8,55	8,0					
7	8,55	8,6	9,6	9,65	9,1					

Repetimos el proceso para las demás marcas de clase.

2,0	2,7	3,4	4,0	4,7	5,2	5,9	6,4	7,5
2,0	2,8	3,4	4,0	4,7	5,2	5,9	6,5	7,6
2,0	2,8	3,6	4,1	4,9	5,3	6,0	6,6	7,7
2,1	2,9	3,7	4,2	5,0	5,4	6,0	6,8	8,0
2,2	3,0	3,7	4,2	5,0	5,4	6,0	6,8	8,1
2,3	3,1	3,7	4,3	5,0	5,5	6,1	7,0	8,4
2,4	3,2	3,8	4,3	5,0	5,5	6,2	7,1	8,8
2,5	3,3	3,8	4,3	5,0	5,6	6,2	7,2	9,2
2,5	3,3	3,8	4,5	5,1	5,8	6,2	7,2	9,4
2,6	3,4	3,8	4,6	5,1	5,8	6,3	7,4	9,4

Se ha colocado colores para mejorar la comprensión de cada grupo de datos y su relación con la tabla de frecuencias.

Tabla 30

fa en una tabla de frecuencias por intervalos.

N° clase	Xri	Xi	Xs	Xrs	X	fa	faa	fr	fra	Fra%
1	1,95	2,0	3,0	3,05	2,5	15				
2	3,05	3,1	4,1	4,15	3,6	18				
3	4,15	4,2	5,2	5,25	4,7	19				
4	5,25	5,3	6,3	6,35	5,8	18				
5	6,35	6,4	7,4	7,45	6,9	10				
6	7,45	7,5	8,5	8,55	8,0	6				
7	8,55	8,6	9,6	9,65	9,1	4				

La columna de Frecuencia absoluta acumulada se calcula sumando las frecuencias absolutas anteriores incluida la de su propia fila, tomando en cuenta que la primera frecuencia absoluta acumulada es igual a su propia frecuencia absoluta.

$$faa_{(primera\ clase)} = fa_{(primera\ clase)}$$

$$faa_{(a\ partir\ de\ la\ segunda\ clase)} = \sum fa_{(de\ todas\ las\ clases\ anteriores)}$$

Para nuestro ejemplo los cálculos son los siguientes:

$$faa_{(primera\ clase)} = 15$$

$$faa_{(segunda\ clase)} = 15 + 18 = 33$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$faa_{(séptima\ clase)} = 15 + 18 + 19 + 18 + 10 + 6 + 4 = 90$$

Los datos completos se muestran en la Tabla 31. Note que la faa de la última clase es igual a N, este caso 90.

Tabla 31

faa en una tabla de frecuencias por intervalos.

N° clase	*Xri*	*Xi*	*Xs*	*Xrs*	*X*	*fa*	*faa*	*Fr*	*fra*	*Fra%*
1	1,95	2,0	3,0	3,05	2,5	15	15			
2	3,05	3,1	4,1	4,15	3,6	18	33			
3	4,15	4,2	5,2	5,25	4,7	19	52			
4	5,25	5,3	6,3	6,35	5,8	18	70			
5	6,35	6,4	7,4	7,45	6,9	10	80			
6	7,45	7,5	8,5	8,55	8,0	6	86			
7	8,55	8,6	9,6	9,65	9,1	4	90			

La Frecuencia relativa se calcula dividiendo la frecuencia absoluta de su propia fila para el total de datos, y se apunta redondeando a cuatro cifras decimales como máximo. Es decir,

$$fr = \frac{fa}{N}$$

Donde N es la cantidad de datos de la muestra.

Para nuestro ejemplo los cálculos serían los siguientes:

$$fr = \frac{15}{90} = 0,1667$$

$$fr = \frac{18}{90} = 0{,}2$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$fr = \frac{4}{90} = 0{,}0444$$

Los datos completos se muestran en la Tabla 32.

Tabla 32

fr en una tabla de frecuencias por intervalos.

N° clase	Xri	Xi	Xs	Xrs	X	fa	faa	fr	fra	Fra%
1	1,95	2,0	3,0	3,05	2,5	15	15	0,1667		
2	3,05	3,1	4,1	4,15	3,6	18	33	0,2		
3	4,15	4,2	5,2	5,25	4,7	19	52	0,2111		
4	5,25	5,3	6,3	6,35	5,8	18	70	0,2		
5	6,35	6,4	7,4	7,45	6,9	10	80	0,1111		
6	7,45	7,5	8,5	8,55	8,0	6	86	0,0667		
7	8,55	8,6	9,6	9,65	9,1	4	90	0,0444		

La columna de Frecuencia relativa acumulada, al igual que la faa, aparece de la sumar las fr anteriores incluida la de su propia fila, tomando en cuenta que la primera frecuencia relativa acumulada es igual a su propia frecuencia relativa.

$$fra_{(primera\ clase)} = fr_{(primera\ clase)}$$

$$fra_{(a\ partir\ de\ la\ segunda\ clase)} = \sum fr_{(de\ todas\ las\ clases\ anteriores)}$$

Para nuestro ejemplo, los cálculos son los siguientes:

$$fra_{(primera\ clase)} = 0{,}1667$$

$$fra_{(segunda\ clase)} = 0{,}1667 + 0{,}2 = 0{,}3667$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$fra_{(septima\ clase)} = 0{,}1667 + 0{,}2 + \cdots + 0{,}0444 = 1$$

Note que la fra de la última clase siempre es igual a 1 o algún número muy cercano a 1, esto último se debe a los redondeos que se realizaban en la columna de fr. La Tabla 33 muestra los datos completos.

Tabla 33

Fra en una tabla de frecuencias por intervalos.

N° clase	Xri	Xi	Xs	Xrs	X	fa	faa	fr	fra	Fra%
1	1,95	2,0	3,0	3,05	2,5	15	15	0,1667	0,1667	
2	3,05	3,1	4,1	4,15	3,6	18	33	0,2	0,3667	
3	4,15	4,2	5,2	5,25	4,7	19	52	0,2111	0,5778	
4	5,25	5,3	6,3	6,35	5,8	18	70	0,2	0,7778	
5	6,35	6,4	7,4	7,45	6,9	10	80	0,1111	0,8889	
6	7,45	7,5	8,5	8,55	8,0	6	86	0,0667	0,9556	
7	8,55	8,6	9,6	9,65	9,1	4	90	0,0444	1	

Finalmente, la columna de frecuencia relativa acumulada porcentual, se calcula transformando en porcentaje la fra. De esta forma.

$$fra\% = Fra * 100\%$$

La tabla de frecuencias por intervalos terminada se muestra a continuación:

Tabla 34

Fra% en una tabla de frecuencias por intervalos.

N° clase	Xri	Xi	Xs	Xrs	X	fa	faa	fr	fra	Fra%
1	1,95	2,0	3,0	3,05	2,5	15	15	0,1667	0,1667	16,67
2	3,05	3,1	4,1	4,15	3,6	18	33	0,2	0,3667	36,67
3	4,15	4,2	5,2	5,25	4,7	19	52	0,2111	0,5778	57,78
4	5,25	5,3	6,3	6,35	5,8	18	70	0,2	0,7778	77,78
5	6,35	6,4	7,4	7,45	6,9	10	80	0,1111	0,8889	88,89
6	7,45	7,5	8,5	8,55	8,0	6	86	0,0667	0,9556	95,56
7	8,55	8,6	9,6	9,65	9,1	4	90	0,0444	1	100,00

Caso 2. *Un estudio macroeconómico investiga los ingresos anuales de 120 veterinarias. Los valores en miles de dólares se muestran a continuación.*

500	125	346	854	506	698	470	634	918	713	456	256
545	567	390	517	304	311	158	319	581	197	833	787
845	484	628	854	596	331	172	729	659	220	614	401
258	927	774	311	911	283	485	197	865	822	709	445
447	543	591	746	369	224	665	854	406	480	359	798
481	782	358	799	227	845	506	950	198	261	677	809
135	442	327	686	480	519	760	318	621	124	308	557
907	588	730	219	824	456	549	238	163	411	837	549
186	225	324	806	384	156	310	239	545	817	418	113
157	724	311	390	724	848	880	523	682	221	533	668

A continuación, se realizará un segundo ejemplo de tabla de frecuencias por intervalos para una muestra con números enteros.

Datos ordenados.

113	197	239	311	384	456	506	557	659	724	806	854
124	197	256	318	390	456	517	567	665	729	809	854
125	198	258	319	390	470	519	581	668	730	817	854
135	219	261	324	401	480	523	588	677	746	822	865
156	220	283	327	406	480	533	591	682	760	824	880
157	221	304	331	411	481	543	596	686	774	833	907
158	224	308	346	418	484	545	614	698	782	837	911
163	225	310	358	442	485	545	621	709	787	845	918
172	227	311	359	445	500	549	628	713	798	845	927
186	238	311	369	447	506	549	634	724	799	848	950

Número de intervalos de clase (el resultado se sube al inmediato superior):

$$NIC = 1 + log_2 120 = 6{,}90689 \approx 7$$

Ancho de intervalo de clase (como la muestra está compuesta de números enteros, el resultado de AIC descarta todas las cifras decimales):

$$AIC = \frac{950 - 113}{7} = 119{,}57142 \approx 119$$

Tabla de frecuencias

Tabla 35

Tabla de frecuencias por intervalos para el caso 2.

N° clase	Xri	Xi	Xs	Xrs	X	fa	faa	fr	fra	Fra%
1	112,5	113	232	232,5	172,5	19	19	0,1583	0,1583	15,83
2	232,5	233	352	352,5	292,5	18	37	0,15	0,3083	30,83
3	352,5	353	472	472,5	412,5	16	53	0,1333	0,4416	44,16
4	472,5	473	592	592,5	532,5	22	75	0,1833	0,6249	62,49
5	592,5	593	712	712,5	652,5	13	88	0,1083	0,7332	73,32
6	712,5	713	832	832,5	772,5	17	105	0,1417	0,8749	87,49
7	832,5	833	952	952,5	892,5	15	120	0,125	0,9999	99,99

4.3. Diagramas de frecuencia

Las gráficas estadísticas son herramientas visuales que permiten representar datos de manera clara y concisa. Estos son útiles para identificar patrones, tendencias y relaciones entre variables, lo que facilita la interpretación y toma de decisiones basadas en datos (Tufte, 2001). La variedad de gráficos existente es muy amplia, y cada uno cuenta con características que nos ayudaran a representar de manera apropiada distintos tipos de variables, no obstante, esta variedad a menudo puede provocar que usemos un tipo de gráfico incorrecto provocando que nos alejemos del objetivo esencial de los gráficos estadísticos en cuanto a la consulta y análisis de los datos (Instituto Nacional de Estadísticas e Informática, 2009).

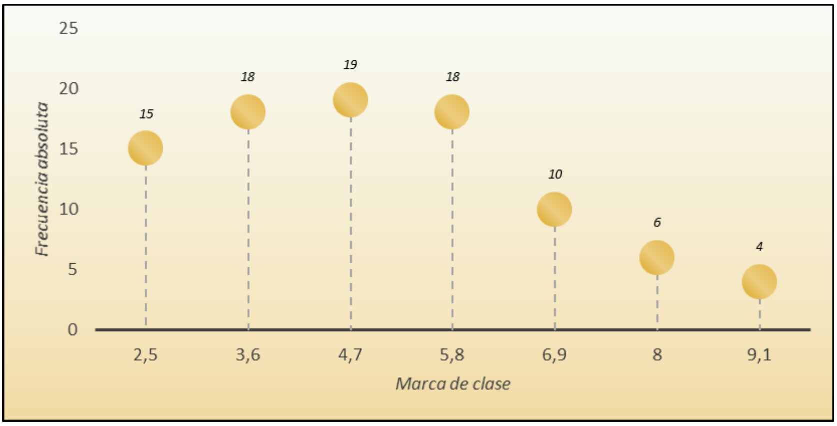
Por su importancia, en esta obra centraremos nuestra atención en los diagramas de frecuencias, para lo cual usaremos la distribución de frecuencias por intervalos del caso 2 mostrado en la Tabla 34.

4.3.1. Diagrama de puntos

El diagrama de puntos es una herramienta gráfica utilizada en estadística para representar la distribución de un conjunto de datos unidimensionales. En este tipo de diagrama, cada punto representa un valor individual en la escala de medición. El eje horizontal del diagrama representa la variable en estudio, mientras que el eje vertical representa la frecuencia absoluta de los valores observados. Es útil para visualizar la forma de la distribución de los datos, identificar valores atípicos y comparar varias distribuciones de datos. Además, es una alternativa simple y rápida a otros tipos de gráficos más complejos como el histograma. Su interpretación depende de la forma y distribución de los puntos, si están agrupados en una zona específica puede indicar una concentración de valores en esa zona, si los puntos están dispersos puede indicar una distribución uniforme o aleatoria de los valores. Si hay algún punto aislado o fuera de la línea principal de puntos puede indicar una observación inusual.

Figura 10

Diagrama de puntos.

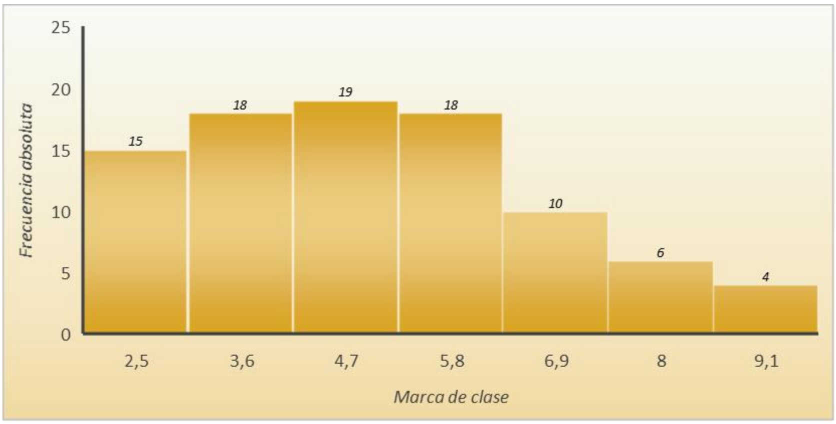


4.3.2. Histograma de frecuencia absoluta

En el histograma, los datos se dividen en intervalos y se cuenta el número de observaciones que caen dentro de cada intervalo. Estas frecuencias se representan en el eje vertical, mientras que los intervalos se colocan en el eje horizontal. Para los histogramas debemos usar los límites reales inferior y superior.

Figura 11

Histograma de frecuencia absoluta.

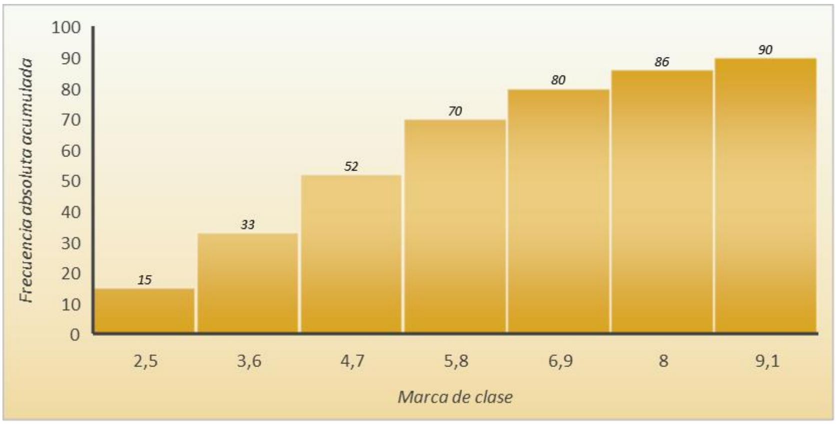


4.3.3. Histograma de frecuencia absoluta acumulada

El histograma de frecuencias absolutas acumulada es una herramienta útil para analizar la distribución de datos en un conjunto de observaciones. Este tipo de histograma muestra la frecuencia acumulada de los valores en el eje x, lo que permite visualizar la proporción de valores que se encuentran por debajo o por encima de un cierto valor.

Figura 12

Histograma de frecuencia absoluta acumulada.



4.3.4. Histograma de frecuencia relativa

A diferencia de un histograma de frecuencia absoluta, que muestra el número de veces que ocurre cada valor en un conjunto de datos, un histograma de frecuencia relativa muestra la proporción de veces que ocurre cada valor en un conjunto de datos (Figura 13).

Figura 13

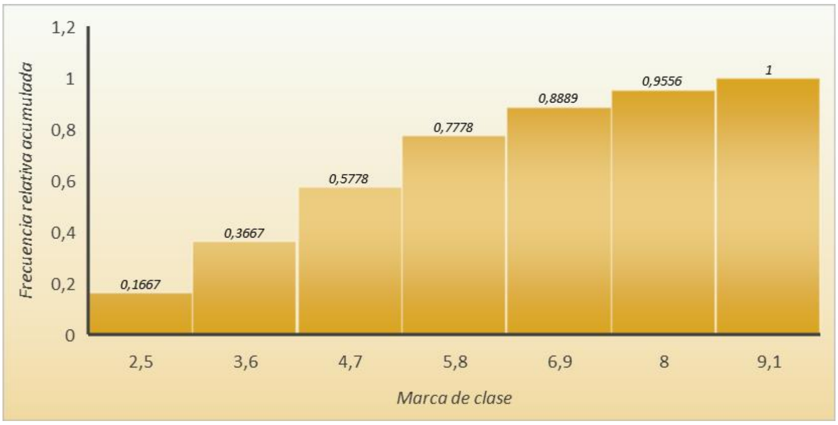
Histograma de frecuencia relativa.

4.3.5. Histograma de frecuencia relativa acumulada

En este tipo de histograma, se muestra la frecuencia acumulada de los datos en lugar de la frecuencia absoluta. Esto permite ver cómo se distribuyen los datos en relación con el total de observaciones (Figura 14).

Figura 14

Histograma de frecuencia relativa acumulada.

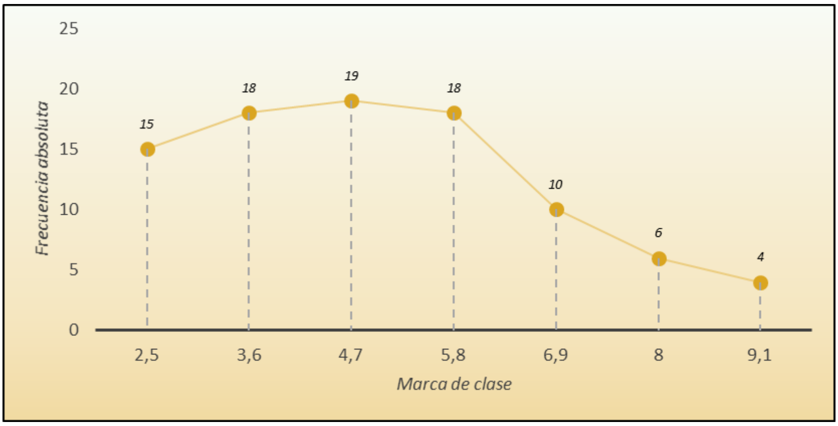


4.3.6. Polígono de frecuencia absoluta

El polígono de frecuencias utiliza segmentos de línea conectados a puntos directamente por encima de los valores del punto medio de la clase. Su grafica es muy similar a un histograma, excepto que usa segmentos de línea en lugar de barras, su forma permite visualizar la distribución de los datos de manera rápida ayudando a identificar valores atípicos o patrones en los datos.

Figura 15

Polígono de frecuencia absoluta.

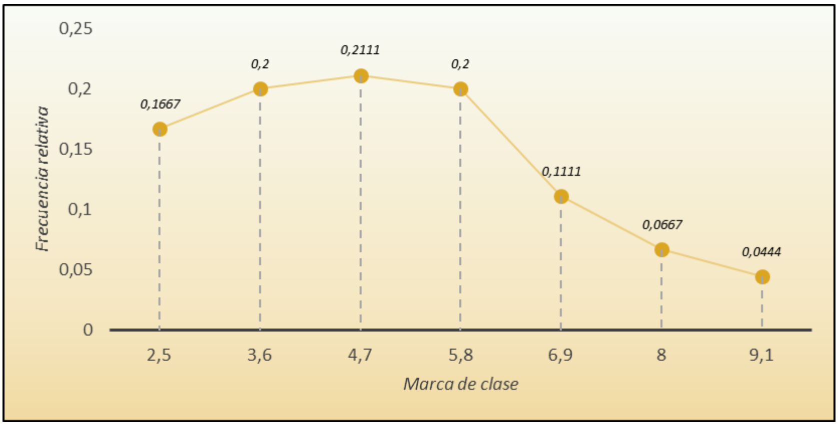


4.3.7. Polígono de frecuencia relativa

El polígono de frecuencia relativa es una herramienta útil para la toma de decisiones en procesos empresariales porque permite visualizar la distribución de datos y tomar decisiones basadas en la frecuencia de ocurrencia de ciertos eventos o resultados. Mediante su análisis se puede identificar oportunidades de mejora en los procesos empresariales.

Figura 16

Polígono de frecuencia relativa.

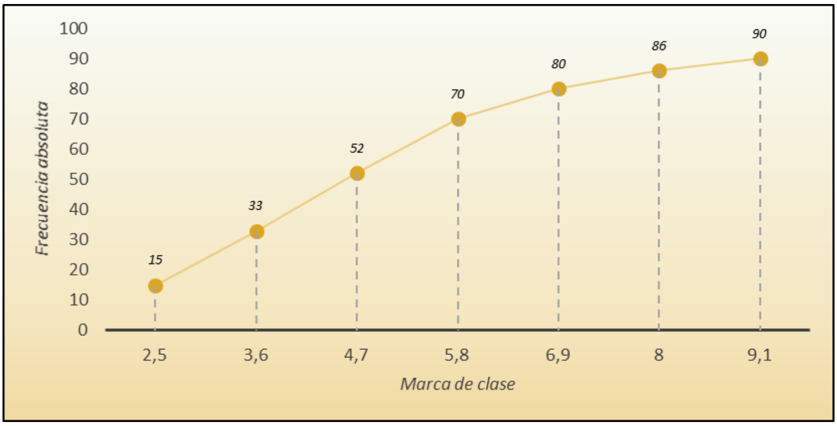


4.3.8. Ojiva de frecuencia absoluta

La ojiva de frecuencia absoluta es una herramienta gráfica utilizada en estadística para representar la distribución de frecuencias de una variable acumulada. Al igual que los polígonos, esta utiliza segmentos de línea conectados a puntos directamente por encima de los valores del punto medio de la clase. La importancia de la ojiva de frecuencia absoluta radica en su capacidad para proporcionar una visión general de la distribución de los datos, permitiendo identificar patrones y tendencias en los mismos.

Figura 17

Ojiva de frecuencia absoluta.

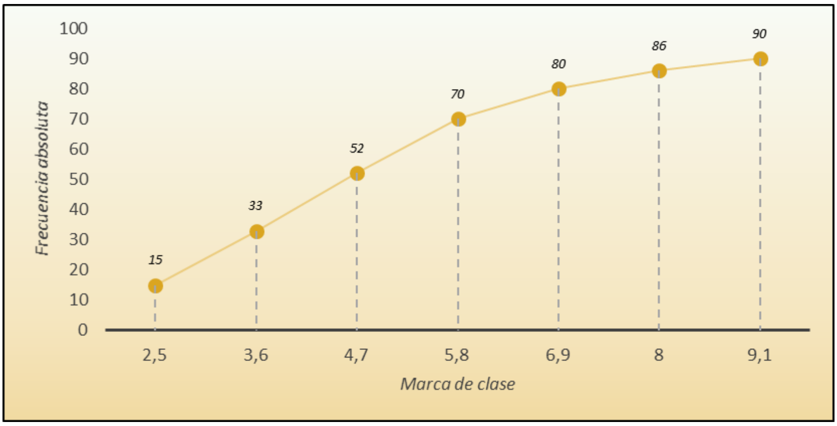


4.3.9. Ojiva de frecuencia relativa

A diferencia de la ojiva de frecuencia absoluta, esta se construye con los valores de frecuencia relativa acumulada. Este tipo de gráfico permite identificar tendencias en los datos, la concentración de los datos en ciertos rangos, así como, sesgos o asimetrías en la distribución. En otros casos la ojiva de frecuencia relativa se usa también para comparar conjuntos de datos y de esta manera identificar diferencias en la dispersión a través de la inspección de la forma de la distribución.

Figura 18

Ojiva de frecuencia relativa.



Conclusiones

Esta obra destaca el papel fundamental de las matemáticas como una herramienta indispensable en el cuidado de los caninos, mostrando su impacto directo en la calidad de las decisiones clínicas y científicas. Los conceptos abordados, como el Sistema Internacional de Medidas, las ecuaciones, las funciones, los logaritmos y la estadística descriptiva, son pilares que sustentan una práctica profesional precisa, informada y basada en la evidencia.

El uso del Sistema Internacional de Medidas se ha identificado como un estándar esencial para garantizar uniformidad y claridad en las mediciones, facilitando la comunicación entre profesionales y optimizando el uso de recursos tecnológicos en la práctica diaria. Transformaciones entre unidades y la correcta aplicación de prefijos decimales permiten que los profesionales puedan registrar y analizar datos con precisión, lo que resulta crucial en ámbitos como la dosificación de medicamentos o el monitoreo clínico.

Asimismo, la incorporación de ecuaciones y funciones en la práctica veterinaria ha demostrado ser una herramienta versátil para modelar fenómenos biológicos y clínicos. Por ejemplo, las ecuaciones lineales y cuadráticas son aplicadas para calcular la cantidad adecuada de medicamentos, mientras que las funciones permiten analizar dinámicas complejas como el crecimiento animal o la progresión de enfermedades infecciosas. Estas competencias no solo mejoran el desempeño técnico del profesional, sino que también potencian su capacidad para prevenir riesgos y garantizar el bienestar animal.

En el ámbito de la estadística descriptiva, se han resaltado las técnicas para organizar y analizar datos obtenidos en investigaciones y en la práctica clínica. La creación de distribuciones de frecuencias, el cálculo de medidas de tendencia central y la representación gráfica de datos permiten identificar patrones, evaluar resultados y tomar decisiones basadas en evidencia. Estas herramientas son esenciales para evaluar el impacto de tratamientos, diseñar estrategias de manejo y desarrollar programas de salud pública enfocados en los animales.

El enfoque interdisciplinario de esta obra subraya la conexión entre las ciencias formales y las ciencias de la vida, consolidando a las matemáticas como un lenguaje universal que permite a los veterinarios interpretar la realidad y transformar la información en soluciones prácticas. Este vínculo entre teoría y práctica refuerza la importancia de la formación matemática en los programas educativos relacionados con el cuidado animal. Dotar a los estudiantes de estas herramientas analíticas no solo los prepara para abordar los desafíos técnicos, sino que también fomenta un enfoque ético y metódico en su desempeño profesional.

En un contexto global donde la precisión, la innovación y el análisis de datos son cada vez más relevantes, este libro se posiciona como un recurso valioso para aquellos que aspiran a integrar ciencia, empatía y rigor en su labor diaria. El conocimiento aquí presentado trasciende la simple aplicación matemática, destacándose como una base sólida para la toma de decisiones informadas y para el desarrollo de estrategias que promueven el bienestar animal.

Recomendaciones

Es esencial que los programas educativos en Cuidado Canino incorporen de manera sistemática y profunda el estudio de conceptos matemáticos fundamentales como ecuaciones, funciones, logaritmos y estadística descriptiva. Esto permitirá que los futuros profesionales adquieran competencias analíticas clave para la toma de decisiones basadas en evidencia, mejorando su desempeño en diagnóstico, tratamiento y manejo animal.

La creación de recursos didácticos específicos, como manuales, simulaciones y aplicaciones digitales, facilitará la enseñanza de matemáticas aplicadas al cuidado animal. Materiales que conecten directamente los conceptos matemáticos con problemas reales aumentarán la motivación de los estudiantes al aprender a través de ejemplos prácticos y casos del día a día.

Es recomendable entrenar a los profesionales en el uso de software y herramientas estadísticas que simplifiquen el análisis de datos clínicos y poblacionales. Este conocimiento les permitirá abordar investigaciones científicas, programas de monitoreo y la evaluación de intervenciones de salud animal con mayor precisión y eficacia.

Es imprescindible que los profesionales y estudiantes adopten el uso riguroso del SI para garantizar precisión y uniformidad en la medición y registro de datos. Esto incluye la correcta aplicación de unidades, prefijos y transformaciones, elementos esenciales para mantener estándares globales en la práctica veterinaria.

Se recomienda incluir actividades basadas en escenarios clínicos reales, como el cálculo de dosificaciones, el análisis de curvas de crecimiento y la interpretación de datos epidemiológicos. Este enfoque práctico fortalecerá la capacidad de los estudiantes para aplicar conceptos matemáticos en su labor cotidiana.

Es crucial promover el uso de distribuciones de frecuencia, medidas de tendencia central y representación gráfica de datos en la práctica veterinaria. Estas técnicas permiten identificar patrones y tendencias, evaluar la efectividad de tratamientos y tomar decisiones fundamentadas en datos.

Integrar conocimientos de matemáticas, ciencias biológicas y tecnología en la formación académica enriquecerá las perspectivas de los estudiantes. Este enfoque interdisciplinario permitirá abordar los retos del cuidado animal de manera integral, fortaleciendo la ética, el rigor científico y la precisión en su práctica profesional.

Referencias

Centro Español de Metrología [CEM]. (02 de enero del 2024). *Sistema internacional de Unidades*. https://n9.cl/d1qpe

Devlin, K. (2012). *Introduction to mathematical thinking*. Keith Devlin.

Freire, L. (2024). *Estadística y probabilidades.* CIDE. doi.org/10.33996/cide.ecuador.ES2636225

Fernández-Parra, R., Di Giancamillo, A., Peham, C. y Malvé, M. (2024) Editorial: Animal biomechanics: application of the biomedical engineering to the veterinary sciences for the animal healthcare. *Veterinary Science, 11*(2024). doi: 10.3389/fvets.2024.1390136

Fisher, P. C. (2018). *Fundamentals of mathematical logic.* Springer.

Gravemeijer, K., Stephan, M., Julie, C. et al. (2017). What mathematics education may prepare students for the society of the future? *Int J of Sci and Math Educ*, *15* (Suppl 1), 105–123. https://doi.org/10.1007/s10763-017-9814-6

Heath, T. L. (1921). *A history of greek mathematics* (Vol. 1). Clarendon Press.

Imhausen, A. (2016). *Mathematics in ancient Egypt: a contextual history*, Princeton Scholarship Online. https://doi.org/10.23943/princeton/9780691117133.003.0001

Instituto Nacional de Estadística e Informática. (2009). Guía para la presentación de gráficos estadísticos. https://n9.cl/p6jq

Li, Y., Schoenfeld, A.H. (2019). Problematizing teaching and learning mathematics as "given" in STEM education. *IJ STEM, 6*(44). https://doi.org/10.1186/s40594-019-0197-9

Liu, Y., Wu, R. y Yang, A. (2023). Research on Medical Problems Based on Mathematical Models. *Mathematics*, *11*(13), 2842. https://doi.org/10.3390/math11132842

López-Ruiz, R. (2022). Mathematical Biology: Modeling, Analysis, and Simulations. *Mathematics 2022*, 10(20), 3892. https://doi.org/10.3390/math10203892

Moore, D., McCabe, G., y Craig, B. (2021). Introduction to the practice of statistics (10th ed.). Macmillan education.

Perez, R. (2015). Sistema Internacional de Unidades (SI). *Revista Obstetra Ginecólogo Venez, 75*(1), 49-74. https://n9.cl/nu0i7s

Riley, K., Hobson, M. y Bence, S. (2006). *Mathematical methods for physics and engineering. a comprehensive guide*. (3ra ed.). Cambridge University Press.

Servicio Ecuatoriano de Normalización [INEN]. (02 de enero del 2024). *INEN destaca la importancia del Sistema Internacional de Unidades*. https://n9.cl/xskot

Stewart, J. (2008). *Calculus early transcendentals*. Tomson.

Tarupi,W. Lepage, Y. Felix, M. Monnier, C. Hauspie, R. Roelants, M. Hidalgo, R. y Vercauteren, M. (2020). Referencias de peso, estatura e índice de masa corporal para niñas y niños ecuatorianos de 5 a 19 años de edad. *Archivo Argente Pediátrico, 118*(2), 117-124. https://n9.cl/sse96

Tufte, E. (2001). *The visual display of quantitative information*. (2nd ed.). Graphics Press.

Yan, Y., He, S., Yu, Z., Yuan, J., Liu, Z. y Chen, Y. (2024). Investigation of customized medical decision algorithms utilizing graph neural networks. *arXiv*. https://doi.org/10.48550/arXiv.2405.17460

ISBN: 978-9942-679-21-5
9789942679215