



## Desarrollo de programa computacional para la verificación de corte por punzonamiento en losas de hormigón armado

Development of punching shear verification software for reinforced concrete flat slabs

Desenvolvimento de um programa informático para a verificação do corte por perfuração em lajes de betão armado

**Ricardo Dorado Saucedo**

[rds\\_dorado@hotmail.com](mailto:rds_dorado@hotmail.com)

<https://orcid.org/0000-0002-5906-4792>

**Bernardo Ugarte Lucuy**

[berugarte@gmail.com](mailto:berugarte@gmail.com)

<https://orcid.org/0000-0003-3127-105X>

Universidad Católica Boliviana San Pablo, Santa Cruz-Bolivia

Artículo recibido el 29 de octubre 2021, / Aceptado el 30 de noviembre 2021 / Publicado el 15 de marzo 2022

### RESUMEN

El objetivo del estudio fue diseñar un programa computacional que automatice la verificación de corte por punzonamiento en losas planas, tanto macizas como aligeradas, para columnas rectangulares, circulares, u otra geometría. Además, se propuso un procedimiento para calcular esfuerzos de punzonamiento en columnas situadas en la posición de "esquina invertida". El código fuente fue desarrollado y compilado en el entorno de programación Visual Studio, utilizando el lenguaje de programación VisualBasic. Para el análisis de la columna en esquina invertida, procedimientos similares a los descritos por las normas internacionales de concreto reforzado vigentes fueron utilizados. Como resultado del proyecto se obtuvo el programa computacional en formato ejecutable para el entorno de Windows, acompañado de la formulación y descripción del procedimiento para realizar la verificación de esfuerzos por punzonamiento en la posición mencionada. El desarrollo de dicha formulación queda sujeto a un análisis más detallado, respaldado por modelos matemáticos y físicos.

**Palabras clave:** Punzonamiento; Corte en dos direcciones; Hormigón armado; Losa plana; Automatización; Ingeniería estructural

### ABSTRACT

The objective of the current project was to develop a software to automate the punching (two-way) shear verification in flat slabs and waffle slabs, for rectangular columns, circular columns, and columns with other geometry. Furthermore, a procedure for calculating punching shear stresses in columns located in an "inverted corner" position is proposed. The source code of the software was developed and compiled using Visual Studio, and it was written in VisualBasic programming language. To analyze the inverted corner column case, similar procedures to those described in reinforced concrete international standards were followed. As a result of this project, a Windows-Environment executable software was developed, and the formulation and description of the procedure to check punching shear in the inverted corner column case was proposed. The development of such formulation must be verified through a more detailed analysis, and additional mathematical and physical models are needed for validation.

**Key words:** Punching; Two-way shear; Reinforced concrete; Flat slab; Automation; Structural engineering

### RESUMO

O objetivo do estudo é conceber um programa informático para automatizar a verificação da cisalhadura de perfuração em lajes planas, tanto sólidas como iluminadas, para colunas rectangulares, circulares ou comp colunas geométricas. Além disso, é proposto um procedimento para calcular as forças de corte por perfuração em colunas localizadas na posição de "canto invertido". O código fonte foi acompanhado e compilado no ambiente de programação do Visual Studio, utilizando a linguagem de programação VisualBasic. Para a análise da coluna de canto invertido, foram utilizados procedimentos semelhantes aos descritos pelas normas internacionais de betão armado. Como resultado do projecto, o programa de computador foi obtido em formato executável para o ambiente Windows, acompanhado pela formulação e descrição do procedimento para realizar a verificação das forças de corte de perfuração na posição acima referida. O desenvolvimento desta formulação está sujeito a uma análise mais detalhada, apoiada por modelos matemáticos e físicos.

**Palavras-chave:** Cisalhamento de perfuração; Cisalhamento bilateral; Betão armado; Laje plana; Automatização; Engenharia estrutural

## INTRODUCCIÓN

La ingeniería estructural tiende de forma natural hacia una creciente automatización. En este campo, como en muchos otros, se necesitan programas computacionales para realizar tareas. A pesar de que existen programas que realizan la verificación de punzonamiento de forma global, hay una carencia de programas que realicen dicha verificación de forma específica, sin necesitar de un análisis estructural completo. Programas de análisis estructural usados a nivel global, tales como *ETABS*, *CSI Safe*, *ADAPT-Builder*, *CYPECAD*, y otros, realizan la verificación de esfuerzos de corte por punzonamiento después de ejecutar un análisis estructural completo de la estructura. Mientras esto puede ser una ventaja, el análisis estructural de una estructura de gran envergadura puede requerir un tiempo excesivo. Para verificaciones locales como la de corte por punzonamiento resulta de gran provecho contar con una herramienta que permita verificar el estado límite a partir de fuerzas que pueden ser calculadas mediante *software*, o aproximadas con cálculos manuales, lo que finalmente permite al usuario comprobar distintos escenarios con menor inversión de tiempo.

La transferencia de cargas en conexiones losa-columna es extremadamente crítica. En el diseño a flexión, si no se diseñan las áreas y posiciones exactas del refuerzo de forma correcta para toda la losa, la redistribución inelástica de los momentos podría permitir que el sistema siga comportándose adecuadamente, pero si el diseño de la resistencia a esfuerzos de corte por punzonamiento es incorrecto, los resultados pueden ser catastróficos (McCormac y Brown, 2011).

En Bolivia, como en muchas otras partes del mundo, se depende del uso de programas computacionales desarrollados en el exterior para ejercer la ingeniería estructural. En general, el acceso a estos programas está limitado por su elevado costo. Además, existe carencia de programas que automaticen la verificación de corte por punzonamiento de forma específica. Todo esto impulsó el desarrollo de un programa computacional de libre acceso, que aporte al diseño confiable de estructuras locales. El objetivo de la investigación fue desarrollar un programa ejecutable en el entorno de *Windows*, que permita a los usuarios verificar la solicitación de corte por punzonamiento en losas planas de hormigón armado tanto macizas como aligeradas, para columnas rectangulares, circulares, u otra geometría.

## MÉTODO

La investigación fue desarrollada bajo el paradigma positivista, con alcance aplicado. Se desarrolla un programa en el cual se utiliza formulación ampliamente establecida en códigos internacionales y nacionales de concreto reforzado, para la verificación de esfuerzos de corte por punzonamiento en las posiciones de columna tradicionales. Además, se propusieron los procedimientos y formulación para la verificación de dichos esfuerzos en una posición de columna actualmente no contemplada en códigos de diseño estructural.

Para cumplir con los objetivos mencionados, se siguió el procedimiento mencionado a continuación: [1] Se estudiaron las bases teóricas del fenómeno de corte por punzonamiento en losas planas; [2] Se analizó y desarrolló la formulación para el caso especial no contemplado en normativas

vigentes (columna de esquina invertida), y se implementó dicho caso en el programa desarrollado; [3] Se desarrolló el software de verificación de esfuerzos de punzonamiento y diseño de refuerzos en una conexión losa-columna específica; [4] Se realizaron las pruebas de software necesarias para constatar el buen funcionamiento del programa.

Los fundamentos teóricos y la formulación utilizada para la verificación de corte por punzonamiento en posiciones de columnas tradicionales cumplen estrictamente con los requerimientos la Norma Boliviana de hormigón estructural NB1225001, CTN N° 12.25 – Construcción de estructuras (IBNORCA, 2012<sup>a</sup>; IBNORCA, 2012b). Estos requerimientos están alineados con los de la norma ACI 318-14 (ACI Committee 318, 2014), la cual presenta formulación establecida en base a la investigación más reciente respecto a corte por punzonamiento en losas de hormigón armado en el momento de elaboración de este proyecto.

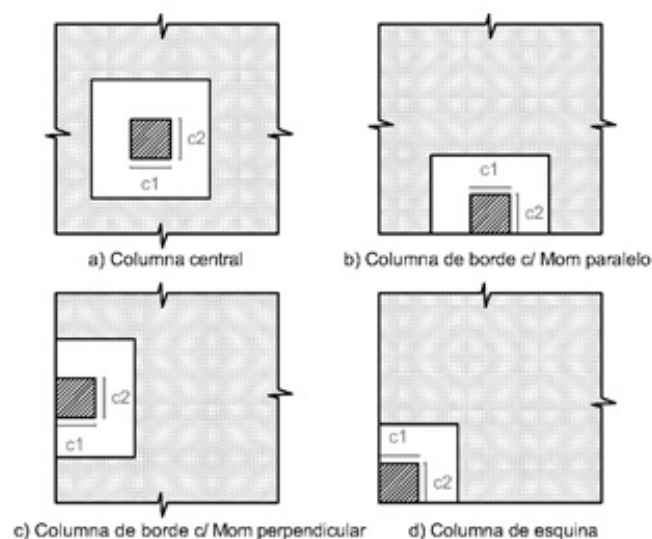
Las fórmulas pertenecientes al caso columna de esquina invertida, fueron

deducidas en este documento a partir de conceptos presentados por MacGregor J.G. y Wight J.K. (2012).

El programa se desarrolló en el lenguaje de programación *VisualBasic*, compatible con el entorno de *Visual Studio*. Diversas actividades de pruebas fueron llevadas a cabo, orientadas a determinar el correcto funcionamiento del programa, así como la adecuada interacción con el usuario. Finalmente, pruebas beta, y las modificaciones correspondientes fueron realizadas antes de la implementación del programa.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Las losas planas, sean llenas o aligeradas, responden a un modo de falla principal denominado corte por punzonamiento, fenómeno que se desarrolla en las conexiones losa-columna. El corte por punzonamiento en losas planas debe ser verificado en una sección crítica que depende de la ubicación de la columna. Los reglamentos actuales consideran cuatro casos de ubicación de columna presentados en la Figura 1.



**Figura 1.** Posiciones características de columna.

La resistencia de estas conexiones depende principalmente de: perímetro crítico (bo) y altura de losa (h).

Después de obtener la resistencia de la losa, se realiza la verificación de demanda expresada en la ecuación 1.

$$\phi V_c > V_u \quad (1)$$

Donde:

$V_c$ : Resistencia del hormigón frente a esfuerzos de corte por punzonamiento ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )

$V_u$ : Esfuerzo máximo de corte ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )

La determinación de ambos valores está descrita en el capítulo 8 y 22 de la norma ACI-318 (ACI Committee 318, 2014), y en el capítulo 11 de la NB1225001, CTN N° 12.25 – Construcción de estructuras (IBNORCA, 2012b).

En esta investigación se aborda la verificación de corte por punzonamiento como un proceso que incluye, por un lado, la obtención y comparación de esfuerzos de sollicitación y resistencia de la losa (ecuación 1), y por otro lado, la provisión de alternativas para aumentar la resistencia a dichos esfuerzos en caso de que el peralte original de la losa no los soporte.

El proceso anteriormente descrito contempla:

- La verificación de corte por punzonamiento en losas planas de hormigón armado, apoyadas sobre columnas rectangulares

y circulares (centrales, de esquina, y laterales), a partir de momentos y cortantes dados.

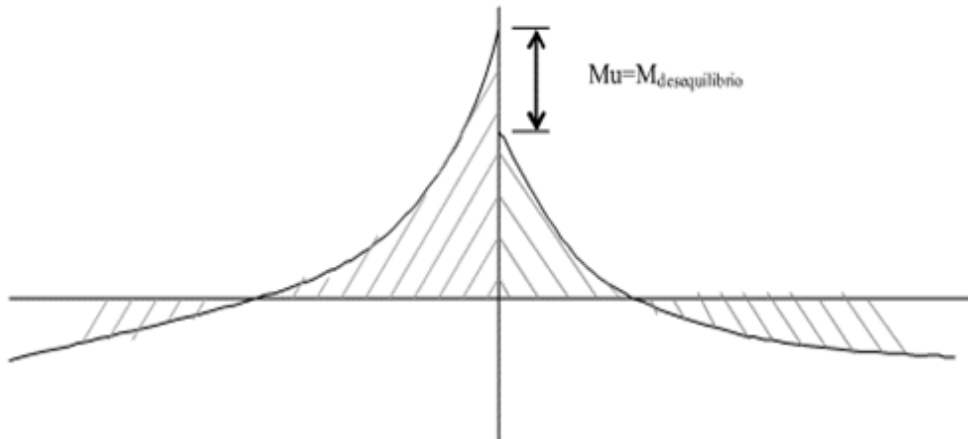
- La verificación de corte por punzonamiento en losas planas de hormigón armado, apoyadas sobre columnas rectangulares y circulares (centrales, de esquina, y laterales), cuando existen agujeros cercanos a la sección crítica estudiada, ubicados en direcciones ortogonales a la columna, a partir de momentos y cortantes dados.
- El diseño de ábacos, capiteles, o refuerzo con estribos, para las secciones que no cumplan los requisitos de resistencia. El diseño de ábacos consiste en el diseño del espesor de concreto necesario para resistir esfuerzos de corte por punzonamiento.

El diseño de capiteles consiste en la determinación de la inclinación necesaria de sus caras para resistir los esfuerzos de corte por punzonamiento en la sección crítica correspondiente, previa delimitación de la altura permisible del capitel. Por último, el diseño de refuerzo con estribos consiste en la determinación de la separación necesaria de estribos de un diámetro establecido por el usuario, que permita resistir los esfuerzos de corte por punzonamiento. En los tres casos anteriores, el diseño es realizado cumpliendo con los requisitos técnicos y geométricos exigidos por la norma boliviana de hormigón estructural NB 1225001, CTN N° 12.25 – Construcción de estructuras (IBNORCA, 2012b).

### Esfuerzos de punzonamiento

Los esfuerzos de corte por punzonamiento ( $V_u$ ) desarrollados en estas conexiones, se deben no solo a la transferencia de fuerzas cortantes de la losa a la columna a través de

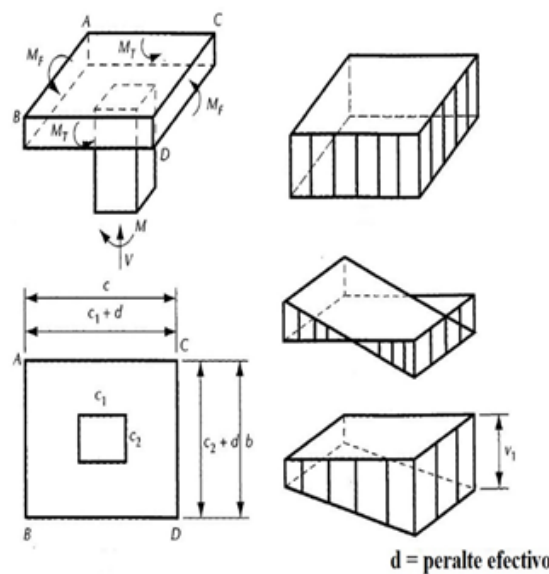
un área alrededor de esta, sino que también se deben a la transferencia de momentos de desequilibrio en la sección crítica, véase la Figura 2.



**Figura 2.** Momento de desequilibrio en el centro de la columna.  
Fuente: Gonzáles y Arellano (2010), Reporte anual de investigación UAM.

Al igual que la geometría de la sección crítica, la magnitud de los momentos transferidos entre losa-columna depende principalmente de la ubicación de la columna.

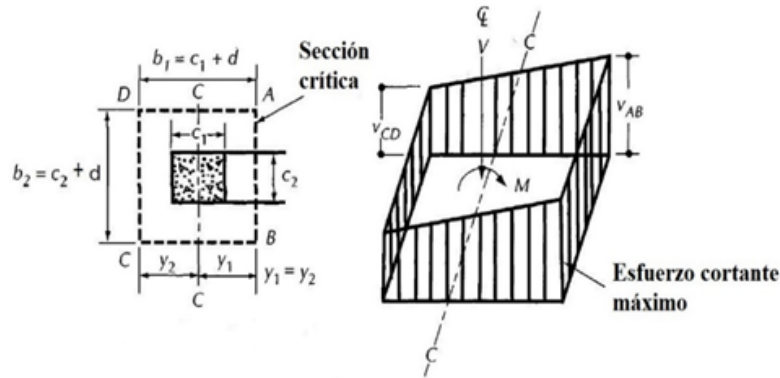
Dichos momentos generan esfuerzos variables en la sección crítica. La Figura 3 presenta dichos esfuerzos variables de forma esquemática.



**Figura 3.** Esfuerzos combinados de momento y corte.  
Fuente: Gonzáles (2005). Aspectos fundamentales del concreto reforzado.

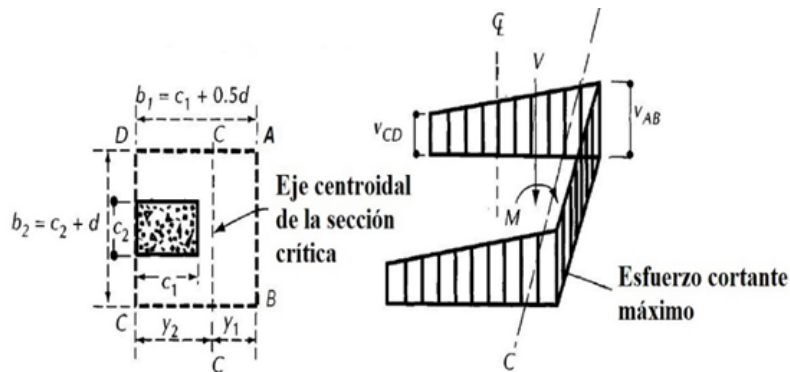
En las figuras 4, 5, 6, y 7, se distinguen los cuatro casos principales de ubicación de columnas, y se introduce la nomenclatura

posteriormente utilizada en el desarrollo de la formulación en este documento.



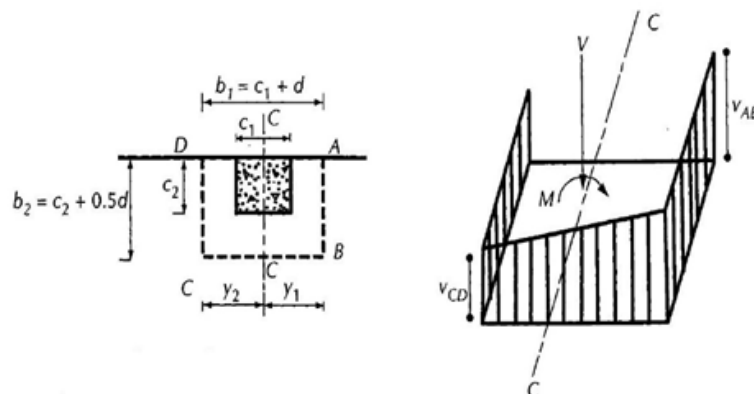
**Figura 4.** Losa sobre columna interior.

Fuente: Gonzáles (2005). Aspectos fundamentales del concreto reforzado.



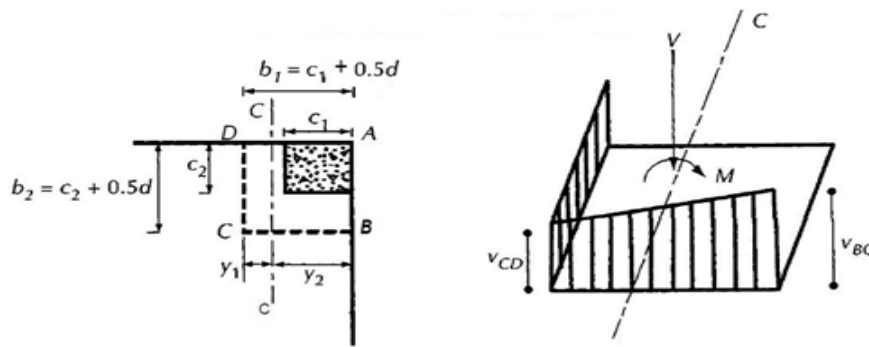
**Figura 5.** Losa sobre columna de borde con momento perpendicular al borde.

Fuente: Gonzáles (2005). Aspectos fundamentales del concreto reforzado.



**Figura 6.** Losa sobre columna de borde con momento paralelo al borde.

Fuente: Gonzáles (2005). Aspectos fundamentales del concreto reforzado.



**Figura 7.** Losa sobre columna de esquina.

Fuente: Gonzáles (2005). Aspectos fundamentales del concreto reforzado.

La expresión que se presenta a continuación (ecuación 2) para determinar los esfuerzos máximos de punzonamiento fue deducida asumiendo que la transferencia de momentos se presenta en una sola dirección principal a la vez (MacGregor y Wight, 2012). MacGregor y Wight (2012) apuntan que, para el cálculo de edificios típicos, es común que el ingeniero estructural aproxime los esfuerzos calculándolos de esta manera, pero que esta verificación se debe hacer en las dos direcciones ortogonales principales y usando los casos de carga que generen mayores esfuerzos en cada conexión.

Por lo tanto, los esfuerzos máximos de corte por punzonamiento se determinan según la ecuación 2:

$$V_1 = \frac{Vu}{bo * d} + \frac{\gamma v * Mu * Y_1}{J} \quad (2)$$

Donde:

$V_1$ : Esfuerzo de corte por punzonamiento (kg/cm<sup>2</sup>)

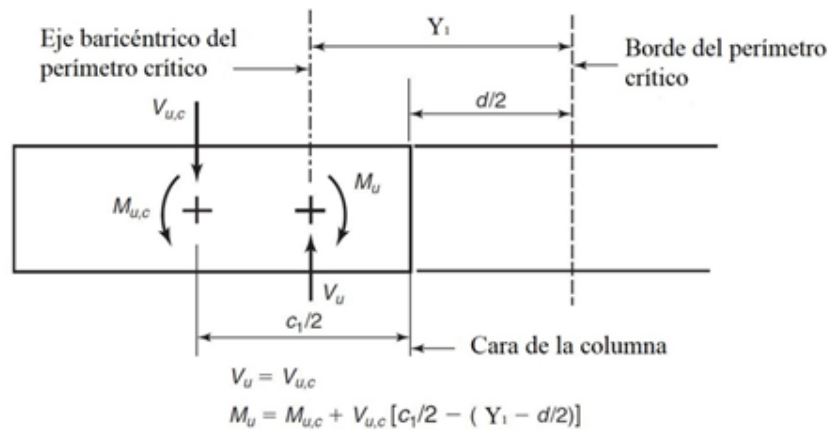
- $Y_1$ : Distancia desde el eje baricéntrico de la sección crítica al borde más esforzado (cm)
- $Vu$ : Fuerza cortante mayorada (calculada en el eje baricéntrico de la sección crítica) (kg)
- $Mu$ : Momento de desequilibrio mayorado (calculado en el eje baricéntrico de la sección crítica) (kg-cm)
- $bo$ : Perímetro de la sección crítica (cm)
- $J$ : Parámetro análogo al momento polar de inercia (cm<sup>4</sup>)
- $\gamma v$ : Fracción del momento transmitido por corte (adimensional)

$$\gamma v = 1 - \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}} \quad (2^a)$$

La distribución de los esfuerzos calculados con la ecuación 2 e ilustrados en las Figuras 3 a 7, asumen que “ $Vu$ ” actúa sobre el centroide de la sección crítica, y que “ $Mu$ ” actúa alrededor del eje baricéntrico de la misma. Cuando se

utilizan softwares de análisis estructural tales como el usado en este trabajo para las pruebas de software (ETABS), los valores de “ $V_u$ ” y “ $M_u$ ” pueden ser calculados tanto en nudos ubicados en el centroide de la columna como en el borde de esta, pero no tan fácilmente en el centroide de la sección crítica, como requiere la formula.

Después de determinar la distancia “ $Y_1$ ” al eje baricéntrico de la sección crítica, se puede determinar las fuerzas “ $V_u$ ” y “ $M_u$ ” que actúan en el centroide de la sección crítica realizando el equilibrio de fuerzas en un diagrama de cuerpo libre. En la Figura 8 se ilustra dicha situación.



**Figura 8.** Momentos en el eje baricéntrico de una columna interior.  
Fuente: MacGregor y Wight (2012).

Donde:

- $V_{u,c}$ : Fuerza cortante actuante en centroide la columna (kg)
- $M_{u,c}$ : Momento actuante en centroide la columna (véase también la Figura 2) (kg-cm)
- $V_u$ : Reacción en el eje baricéntrico de la sección crítica (kg)
- $M_u$ : Reacción en el eje baricéntrico de la sección crítica (kg-cm)

De esta manera se advierte que cuando las reacciones que equilibran el diagrama de

cuerpo libre no están situadas en el centroide del perímetro crítico, estas no son iguales a las fuerzas actuantes. También es importante aclarar que el momento actuante “ $M_{u,c}$ ” de la Figura 8 debe ser introducido en la ecuación de “ $M_u$ ” con su respectivo signo.

El programa computacional desarrollado asume que la carga axial y el momento de disequilibrio introducidos fueron calculados en un nudo ubicado en el centroide de la columna. Este momento puede determinarse fácilmente sumando los momentos de la columna inferior y superior en el nudo, como se ilustra en la Figura 9.



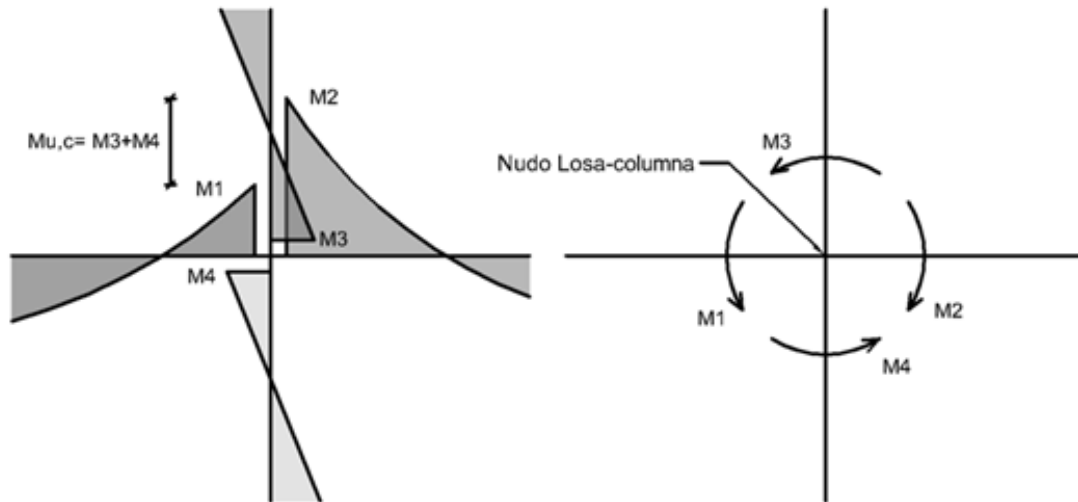


Figura 9. Momentos en conexión losa-columna

### Caso Especial

La formulación y el procedimiento necesario para verificar esfuerzos de punzonamiento es conocido y ha sido documentado por distintos autores. MacGregor y Wight (2012), presentan la formulación necesaria para verificar esfuerzos en los casos característicos

mencionados anteriormente, formulación que es utilizada en la ecuación 2. Sin embargo, es común encontrarse con la situación de columna de esquina invertida que se ilustra en la Figura 10, cuya formulación y procedimiento de análisis no han sido establecidos en las normas de diseño estructural actuales.

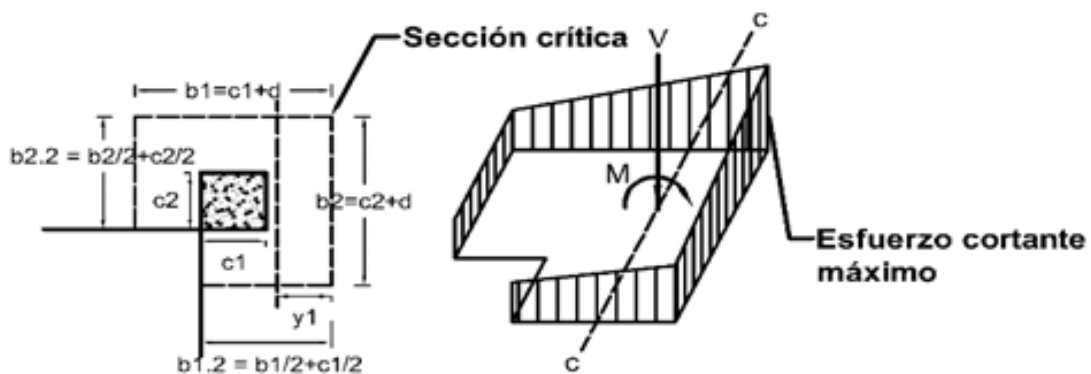
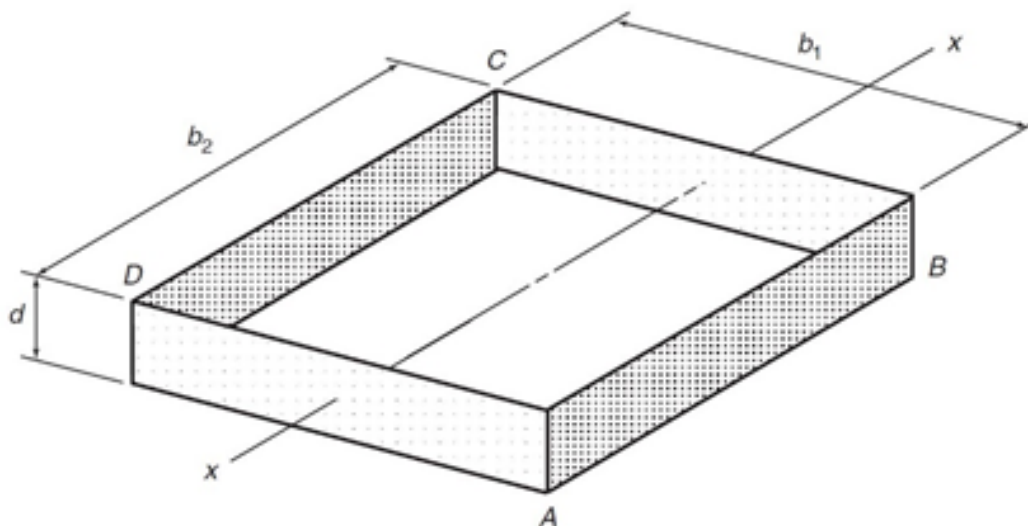


Figura 10. Columna de esquina invertida.

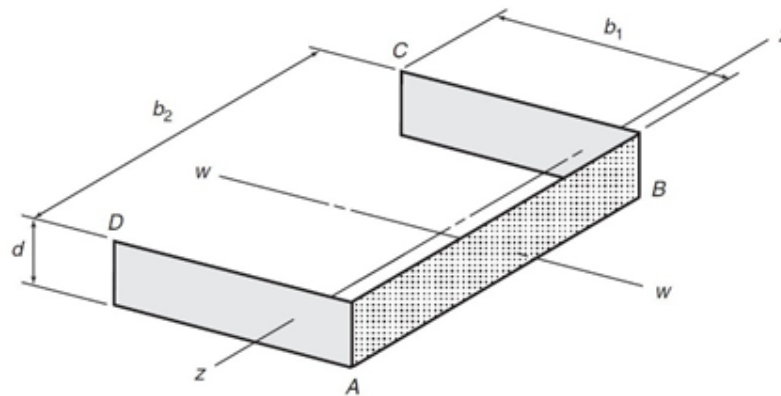
Al establecer la formulación para el caso especial (Figura 10), el parámetro “J” (Véase la ecuación 2) es de particular interés. Este parámetro representa una propiedad similar al momento polar de inercia, que ha sido definido por distintos autores para cada posición característica de columna. Sin embargo, los reglamentos actuales no presentan una ecuación específica para casos como el de columna de esquina invertida. La formulación para el cálculo de dicho parámetro ha sido desarrollada en este proyecto con base en principios de mecánica de materiales, y los conceptos discutidos por MacGregor y Wight (2012). Dichos conceptos, al igual que la formulación propuesta, son presentados a continuación.

### Momento polar de inercia “J”

El término “J” está definido como una propiedad análoga al momento polar de inercia del perímetro crítico de la conexión. Este término toma en cuenta los esfuerzos de corte y torsión en las caras del perímetro crítico. Para el cálculo de “J”, se divide el perímetro según la cantidad de lados que tenga: cuatro lados si es central, tres lados si es de borde, dos lados si es de esquina, etc. En las Figuras 11, 12 y 13 se ilustran estas tres situaciones. El término “J” entonces es la suma de los momentos polares de inercia calculados para cada uno de los lados individualmente.

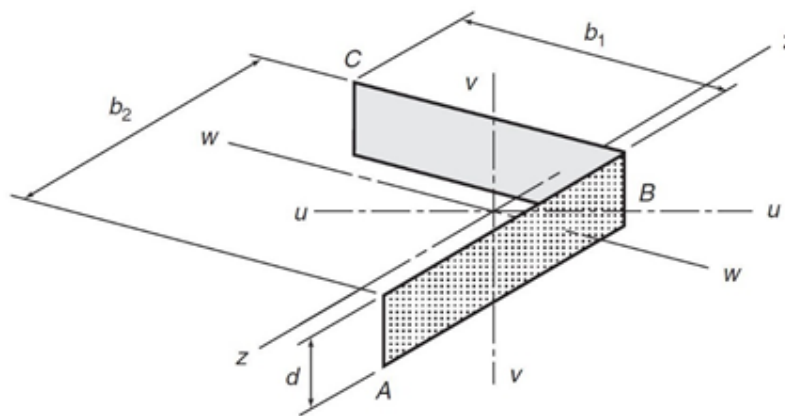


**Figura 11.** Columna de esquina invertida.



**Figura 12.** Perímetro crítico de una columna de borde.

Fuente: MacGregor y Wight (2012).



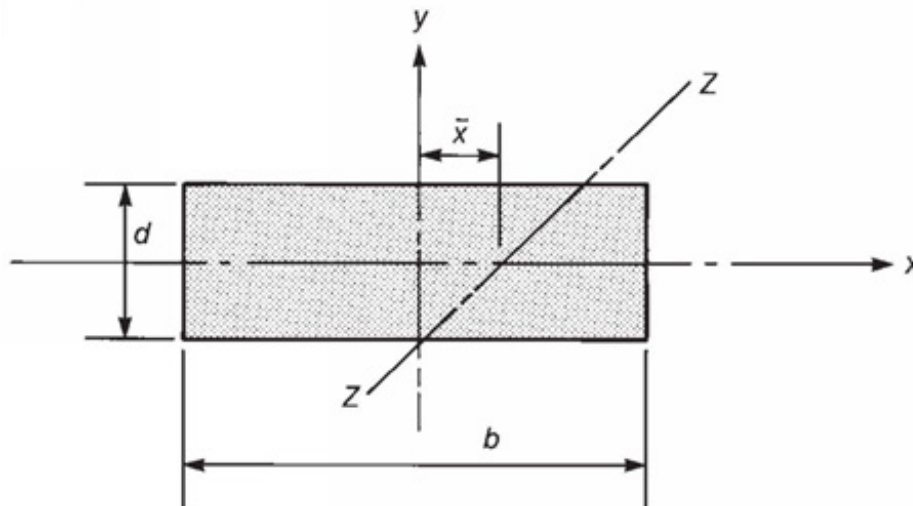
**Figura 13.** Perímetro crítico de una columna de esquina.

Fuente: MacGregor y Wight (2012.)

### **Momento polar de inercia "J" para un lado individual del perímetro crítico**

Los libros de estática y mecánica de materiales establecen fórmulas para el cálculo de momentos polares de inercia. Sin embargo, en la mayoría de los casos se discute el cálculo

de estos solo en dos dimensiones. El cálculo se vuelve más complicado cuando se trata de perímetros críticos en tres dimensiones, como se grafica en la Figura 14.



**Figura 14.** Lado individual del perímetro crítico de una columna perpendicular al eje.  
Fuente: MacGregor y Wight (2012).

El rectángulo de la Figura 14 representa el lado AD del perímetro crítico de la columna de borde de la Figura 12. El momento polar de inercia de este rectángulo alrededor del eje z-z, que es perpendicular al plano del rectángulo y está desplazado una distancia  $\bar{x}$  del centro de gravedad de dicho rectángulo, está dado por las ecuaciones 3.1 y 3.2:

$$J = (I_x + I_y) + A\bar{x}^2 \quad (3.1)$$

$$J_{AD} = \left( \frac{b \cdot d^3}{12} + \frac{d \cdot b^3}{12} \right) + (b \cdot d) \cdot \bar{x}^2 \quad (3.2)$$

Es importante mencionar de la anterior ecuación, que para los lados perpendiculares al eje que se está tomando en cuenta, se debe aplicar con todos sus miembros, es decir:  $J = (I_x + I_y) + A\bar{x}^2$ . Sin embargo, para lados paralelos al eje que considera, se debe calcular el momento polar de inercia con la siguiente ecuación:

$$J_{paralelo} = A\bar{x}^2 \quad (3.2)$$

Para el rectángulo del lado AB de la Figura 11, el momento polar de inercia alrededor del eje x-x, que es paralelo al plano del rectángulo, está dado por:

$$J_{AB} = b_2 \cdot d \cdot \left( \frac{b_1}{2} \right)^2 \quad (3.4)$$

Como se mencionó anteriormente, el momento polar de inercia "J", es la suma de los momentos polares de inercia calculados para cada uno de los lados individualmente. Es en base a estos conceptos y formulación que en este documento se dedujeron las fórmulas presentadas a continuación.

Propiedad análoga al momento polar de inercia para columna de esquina invertida:

$$J = J_{b1} + J_{b2} + J_{b1.2} + J_{b2.2} \quad (4)$$

Donde:

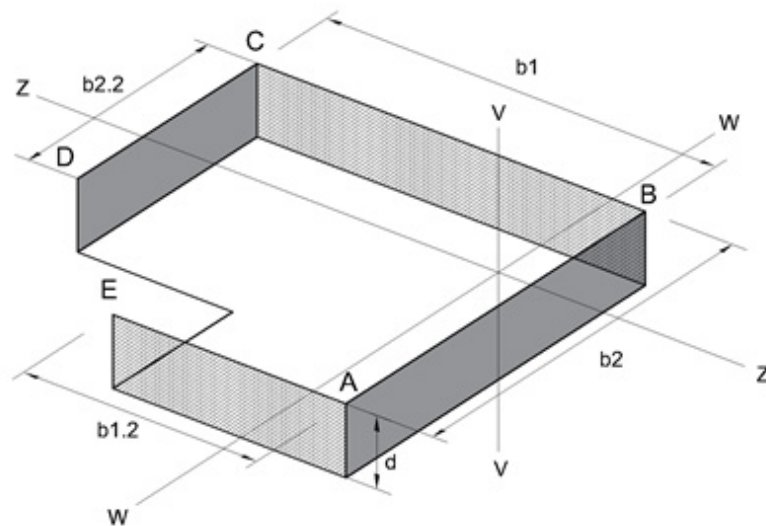
$$Jb1 = \frac{b1 * d^3}{12} + \frac{d * b1^3}{12} + \left( b1 * d * \left( \frac{b1}{2} - Y_1 \right)^2 \right) \quad (4.1)$$

$$Jb2 = b2 * d * (Y_1)^2 \quad (4.2)$$

$$Jb1.2 = \frac{b1.2 * d^3}{12} + \frac{d * b1.2^3}{12} + \left( b1.2 * d * \left( Y_1 - \frac{b1.2}{2} \right)^2 \right) \quad (4.3)$$

$$Jb2.2 = b2.2 * d * (b1 - Y_1)^2 \quad (4.4)$$

Las variables presentadas en esta formulación se encuentran definidas en la Figura 10. Además, la sección crítica propuesta, que corresponde a esta formulación, puede verse en la Figura 15.



**Figura 15.** Sección crítica propuesta de una columna de esquina invertida.

En base a lo propuesto anteriormente, la distancia desde el eje baricéntrico de la sección crítica hasta el borde más esforzado puede calcularse con la ecuación 5.

$$Y_1 = \frac{b1^2 * \frac{d}{2} + (b1.2)^2 * \frac{d}{2} + (b2.2) * d * b1}{(b1 * d + b1.2 * d + b2.2 * d + b2 * d)} \quad (5)$$

### Refuerzo de la conexión

Cuando no se satisface la condición de resistencia, el programa permite mejorar la resistencia de la conexión con los siguientes refuerzos:

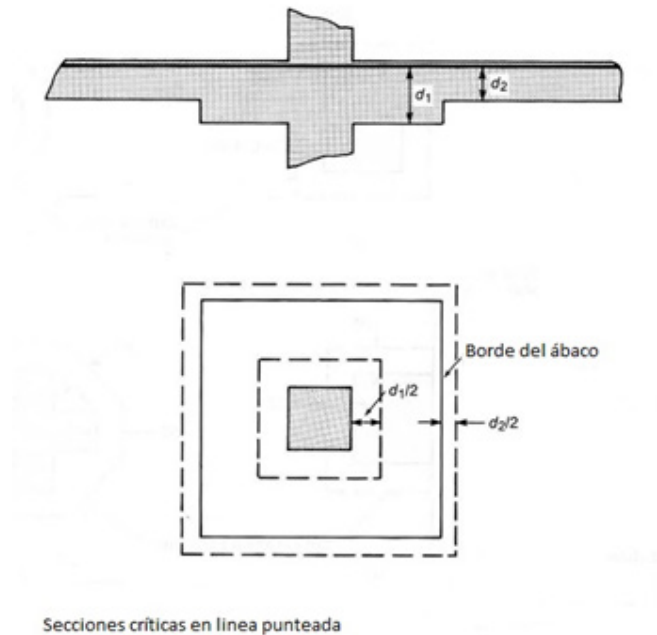
### Ábaco

El programa realiza el diseño incrementando progresivamente el espesor del ábaco hasta que los esfuerzos sean menores que la resistencia de la sección.

Asimismo, en caso de elegirse este tipo de refuerzo, o en el caso de losas aligeradas, los esfuerzos de punzonamiento en el borde del ábaco son verificados. De no cumplirse la condición de resistencia en esta segunda sección, el programa ofrece al usuario dos alternativas para mejorar su capacidad resistente: aumentar el espesor de la losa o aumentar las dimensiones en planta del ábaco, ambos procesos realizados automáticamente hasta encontrar la solución óptima.

En el caso de la verificación de corte por punzonamiento alrededor del abaco, se

considera una sección crítica ubicada a una distancia  $d/2$  del borde del ábaco como se muestra en la Figura 16. Algunas normas y libros consideran innecesaria la verificación de esfuerzos en la sección ubicada a  $d/2$  del borde del ábaco porque suele cumplir con cierta holgura los esfuerzos admisibles. Sin embargo, se ha considerado importante realizar dicha verificación teniendo en cuenta que en losas aligeradas, la sección que toma estos esfuerzos se reduce considerablemente.



**Figura 16.** Secciones críticas en una losa con ábaco.

Fuente: MacGregor y Wight (2012).

A pesar de que las losas aligeradas son ampliamente usadas, se ha realizado poca investigación para entender su comportamiento frente al fenómeno de punzonamiento. Como resultado, el proceso de verificación de punzonamiento en losas aligeradas no se incluye en códigos de diseño actuales (Al-Bayati et al., 2018).

En este programa, para computar los esfuerzos de punzonamiento en bordes de ábacos de losas aligeradas, se asume un peralte equivalente calculado con la siguiente ecuación:

$$d(\text{aligerada}) = \frac{d * \text{ancho de nervio}}{\text{separación entre nervios}} \quad (6)$$

Donde:

$d$  (*aligerada*): peralte efectivo equivalente de losa aligerada (cm)

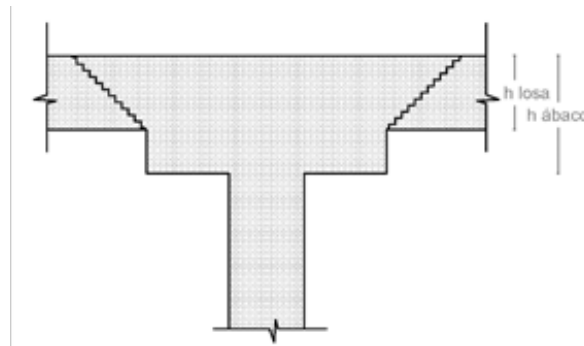
$d$ : peralte efectivo de losa (cm)

ancho de nervio: ancho de la nervadura de la losa aligerada (cm)

*separación entre nervios*: separación entre ejes de nervaduras de la losa aligerada (cm)

El peralte equivalente se utiliza para calcular el área de corte que resiste los esfuerzos de punzonamiento, así como el momento polar de inercia de la sección.

Este método fue introducido y adoptado por la PCA (Portland Cement Association) y su grupo de software de ingeniería (StructurePoint, 2013) décadas atrás, y es un método ampliamente usado por ingenieros para la verificación de punzonamiento en losas aligeradas. El método genera un cálculo de esfuerzos simplificado, que de forma conservadora no toma en cuenta el área de hormigón entre nervios. Esta simplificación reduce la resistencia de la sección notoriamente, por lo que se sugiere realizar cálculos manuales para cargas especiales.

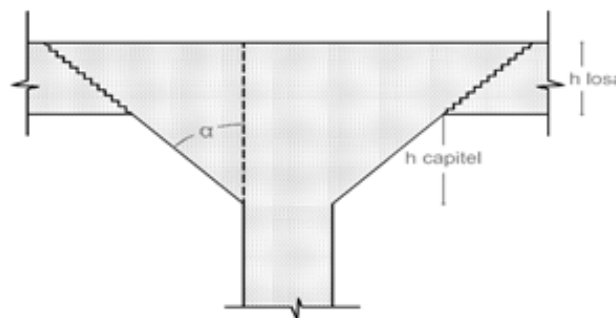


**Figura 17.** Conexión reforzada con ábaco.

### Capitel

De forma similar al anterior refuerzo, el refuerzo con capiteles se realiza aumentando el ángulo  $\alpha$  mostrado en la Figura 18, y por lo

tanto el perímetro crítico, hasta que este sea capaz de resistir los esfuerzos inducidos. En este caso, la altura "h" permisible del capitel deberá ser introducida por el usuario.

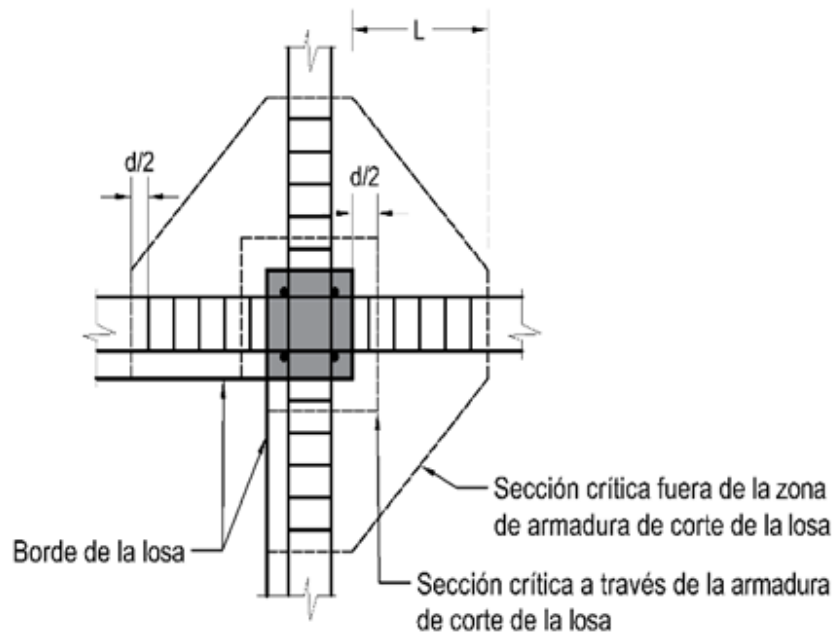


**Figura 18.** Conexión reforzada con capitel.

## Estribos

Consiste en el cálculo de la separación de estribos necesaria para resistir los esfuerzos adicionales de punzonamiento. Dichos

estribos se extenderán una longitud “L” mostrada en la Figura 5, que varía en función de los parámetros de la losa y ubicación de la columna.



**Figura 19.** Conexión reforzada con estribos verticales.

## Programa computacional

El programa es compatible con el entorno de Windows, y puede ser ejecutado en su sistema operativo Windows 7 o superior. Para comprobar el buen funcionamiento del programa, se realizaron 26 pruebas teóricas que fueron comparadas con los resultados del programa desarrollado, todas ellas arrojaron resultados aproximados. Del mismo modo, se realizaron comparaciones con el programa de análisis y diseño estructural “ETABS”, obteniendo resultados satisfactorios.

## Discusión

La determinación de los esfuerzos por punzonamiento es ciertamente un tema controversial. La generalización de las fórmulas empíricas, tales como las de corte por punzonamiento, es una práctica que debe tomarse con cautela. Como indica Aalami (2014), la aplicación segura de las fórmulas empíricas de corte por punzonamiento depende estrictamente en la configuración del soporte (columna), para los cuales resultados de ensayos han validado los modelos empíricos.



## CONCLUSIONES

Mientras que la distribución de esfuerzos adoptada en este documento para el caso de columna de esquina invertida establece una situación de equilibrio estático adecuada, el fenómeno de punzonamiento posee ductilidad limitada para una posible redistribución de esfuerzos. Dicha limitación impide alcanzar el estado de equilibrio estático en caso de que una parte de la sección alcance esfuerzos por encima de los límites aceptables. Por lo mencionado anteriormente, ensayos físicos deben ser llevados a cabo para la situación particular propuesta, de modo que la formulación aquí presentada sea validada. Además, modelos matemáticos detallados pueden brindar resultados de mucho valor para esta validación.

Adicionalmente, es importante estudiar la necesidad de refuerzo a flexión para desarrollar mecanismos adecuados de falla, actualmente la norma boliviana de hormigón estructural y la ACI-318 no requieren acero a flexión para desarrollar la capacidad a punzonamiento, razonamiento que discrepa de otros reglamentos a nivel internacional, como el Código Europeo para el diseño de estructuras de hormigón armado (Aalami, 2014).

Por otro lado, el fenómeno de punzonamiento ha sido poco estudiado en losas casetonadas (Al-Bayati et al., 2018), el procedimiento aquí presentado para el cálculo de esfuerzos de punzonamiento en losas casetonadas, es una simplificación que requiere de estudio adicional.

En la etapa de diseño estructural, la optimización de tiempo invertido se traduce en beneficio económico para el ingeniero proyectista, en consecuencia, desarrollar un programa que ayude a verificar solicitaciones y encontrar soluciones (en caso de resultados negativos) de manera sencilla, representa no solo un ahorro de tiempo, sino también un beneficio económico para cualquier usuario.

En este artículo se desarrolló un programa que brinda al usuario la capacidad de verificar y diseñar las conexiones losa-columna de una estructura de hormigón armado, a partir de cargas obtenidas en un análisis estructural, o realizar un diseño preliminar en base a cálculos aproximados de cargas tributarias en columnas. Además, es un software de libre acceso.

Como parte del desarrollo del software, y después de identificar dificultades a la hora de realizar la verificación de corte por punzonamiento en ciertas posiciones de columnas, se estableció el procedimiento y formulación para verificar esfuerzos de punzonamiento en la posición de columna de esquina invertida. Además, verificaciones poco comunes como el corte por punzonamiento alrededor de ábacos, en losas macizas y casetonadas, son aproximadas mediante formulación aceptada por ingenieros estructurales en la práctica común.

La versatilidad del programa desarrollado permite al usuario estudiar diferentes escenarios, sin tener que llevar a cabo un

análisis estructural completo. Además, la iteración automática para encontrar soluciones óptimas de refuerzo de las conexiones representa una ventaja frente a otros programas en el mercado.

### REFERENCIAS

- Aalami, B. O. (2014). Post-Tensioned Buildings: Design and Construction. PT-Structures.com
- ACI Committee 318. (2014). Building code requirements for structural concrete (ACI 318-14) and commentary (ACI 318R-14). Farmington Hills, MI.: American Concrete Institute
- Al-Bayati, F., Teck Leong, L., y A.Clark, L. (2018). Eccentric Punching Shear of Waffle Slab. ACI STRUCTURAL JOURNAL, 115(1), 163-173
- González, C.O. (2005). Aspectos fundamentales del concreto reforzado (4 ed.). México, D.F.: Limusa
- González C, O. y Arellano M. E. (2010). Reporte anual de investigación UAM. México, D.F.: UAM
- IBNORCA (2012a). CTN N° 12.25 - Construcción de estructuras. (2012). Norma Boliviana NB1225001-1:2012 "Hormigón Estructural - Parte 1: Especificaciones". Santa Cruz
- IBNORCA (2012b). CTN N° 12.25 - Construcción de estructuras. (2012). Norma Boliviana NB1225001-2:2012 "Hormigón Estructural - Parte 2: Comentarios". Santa Cruz
- MacGregor, J. G., y Wight, J. K. (2012). Reinforced concrete mechanics and design (6 ed.). New jersey: Pearson
- McCormac, J., y Brown, R. (2011). Diseño de concreto reforzado (8 ed.). México, D.F.: Alfaomega
- StructurePoint. (2013). SP Slab Manual. Illinois: StructurePoint LLC